

多期間最適化モデルを用いた保険 ALM 戦略

西村 寿夫*, 枇々木 規雄†

平成 19 年 8 月 25 日

Abstract

本論文では生命保険会社が採用すべき ALM 戦略を導くための最適化モデルについて議論する。具体的には平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行う。多期間最適化モデルを用いることによって、平準払い養老保険による毎年の払込み保険料や保険金の支払いなどのキャッシュ・フローを明示的に記述し、かつリスクを考慮した投資決定を行うことができる。生命保険会社における資産運用実務を考慮し、より実態に近いモデルの開発を目指す。特に、状態に依存して許容されるリスクをコントロールすることは実際の投資決定で重要視されており、そのためにシミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデル(枇々木(2001), Bogentoft et al.(2001))を反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案する。内外株式(TOPIX, S&P500)、内外債券(NRI-BPI, WGBI)に現預金を加えた 5 資産を運用対象資産として、さまざまな数値分析を行い、モデルの有用性を検証する。また、保険会社の金利リスク管理の観点からマッチング型 ALM との比較を行い、提案するモデルの意義についても議論する。

1 はじめに

本論文では生命保険会社が採用すべき ALM 戦略を導くために、平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行う。多期間最適化モデルを用いることによって、平準払い養老保険による毎年の払込み保険料や保険金の支払いなどのキャッシュ・フローを明示的に記述し、かつリスクを考慮した投資決定を行うことができる。生命保険会社における資産運用実務を考慮し、より実態に近いモデルの開発を目指す。特に、状態に依存して許容されるリスクをコントロールすることは実際の投資行動決定で重要視されており、そのためにシミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデル [2, 4, 5, 6] を反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案する。また、最適化モデルの目的関数には、保険会社の価値指標であるエンベデッドバリュー(Embedded Value)の概念を導入する。内外株式(TOPIX, S&P500)、内外債券(NRI-BPI, WGBI)に現預金を加えた 5 資産を運用対象資産として、さまざまな数値分析を行い、モデルの有用性を検証する。また、保険会社の金利リスク管理の観点からマッチング型 ALM との比較を行い、提案するモデルの意義についても議論する。

2 エンベデッドバリュー

本論文で対象とする生命保険会社(株式会社)の価値指標として、近年、一般に普及しつつある指標であるエンベデッドバリューについて説明する。エンベデッドバリュー(Embedded Value, 以

*慶應義塾大学大学院博士課程 理工学研究科, E-mail: Hisao_Nishimura@mitsui-seimei.co.jp

†慶應義塾大学 理工学部 管理工学科, 〒223-8522 横浜市港北区日吉 3-14-1, E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp

下、EV)は、各社毎、詳細な計算方法は異なるが、一般的に、純資産価値¹と既契約価値²で構成される。生命保険契約は、契約を獲得してから会計上の利益が計上されるまでに時間を要するが、EVでは、保有契約から生じる将来の利益を現在価値ベースで評価(既契約価値)することができるところから、現行の会計制度上を補完する指標の一つとして有用なものとされている。

EVの計算にあたり、将来にわたる当期利益を予測するための主要なパラメータには、保険契約の死亡率、解約率や、想定される資産運用ポートフォリオと各資産の期待収益率(運用前提)、その他必要と想定されるコスト(資本コスト、配当など)、利益を現在価値に割り引くディスカウントレート³などがある。

本研究では既契約価値に関して、保険損益と運用損益の合計について分析する。EVの概念を導入することによって、保険商品の設計に際して用いられる、保険金支払い事由の生起確率や、事業費、平均的な運用利回りなどのパラメータや期間構造などを考慮した運用戦略の構築と、価値評価が期待できる。また、本研究では、一般的に長期性と平準払い契約に代表されるオプション性が特徴とされる生命保険契約に対し、将来キャッシュフローに対する利回り保証やエンベデッドバリューの概念の導入、ハイリスク資産への投資による期待収益率の向上など、現実的な要請との融合を図ることができる多期間最適化手法を用いたモデルを構築する。

3 シミュレーション型多期間最適化モデル

3.1 投資の意思決定とモデル化

枇々木[3]のシミュレーション型多期間最適化モデルは、シミュレーション・アプローチのもとで非予想条件を保つためにすべての時点で状態に依存しない取引戦略による意思決定を行う⁴。これは、モデルとしての簡便性という長所を持つ反面、状態に依存して意思決定を変える(条件付き意思決定を行う)ことができない。これに対し、枇々木[4, 5, 6]の混合型モデルは、同じシミュレーション・アプローチのもとで似た状態に対しては同一の意思決定をするが、似た状態を複数想定することによって条件付き意思決定を行うことができる。シナリオ・ツリー型モデルにおける条件付き意思決定と同じようなツリータイプの意思決定構造を持つ。それに対して、Bogentoft, Romeijn and Uryasev[2]は格子タイプの意思決定構造を持つ混合型モデルを提案している。

ツリータイプの混合型モデルでは、それぞれノードで意思決定が異なる。さらに、1時点の各意思決定ノードを通るパスに対して2時点でも同様に、3つの似た状態を想定し、3つの意思決定ノードに分ける。一方、格子タイプの混合型モデルは2時点(以降)において、1時点の意思決定ノードに依存せずに、その時点の状態だけに依存して意思決定が行われる。しかし、格子タイプはツリータイプとは異なり、ノードが広がらないため、時間の経過とともにノードに含まれるパスの数を多く保つことができるという長所も持っている。シミュレーション型モデルとツリータイプの混合型モデルの中間的なモデルである。

似た状態を定義する方法として、枇々木[5, 6]は、シミュレーション型モデルで解いて得られた

¹ 例えれば、貸借対照表の資産の部から、保険業法113条繰延資産を控除し、純資産に加算することが妥当と考えられる危険準備金及び価格変動準備金(いずれも税引き後)を加算した価値。

² 例えれば、保有契約から将来生じることが見込まれる将来の(税引後)当期利益を基礎に、一定のソルベンシーマージン比率を維持するために内部留保する必要のある額を控除した配当可能な株主利益を、リスクプレミアムを勘案した割引率で現在価値に直したもの。

³ 一般的に、EVを求める際に用いられる割引率は、リスクプレミアムを考慮したもの用いるが、本論文では市場のイールドカーブを使っている。

⁴ 「状態」とは経済状況を表すだけでなく、投資の結果生じる富の水準に応じて定義されるものとする。投資決定は経済状況だけでなく、自己の資産運用の結果に依存するからである。本研究のシミュレーション・アプローチにおける「状態」は、各パス上の各時点ごとにその富の水準によって表現されるものとする。

最適解を用いた富の水準によって、事前に(問題を解く前に)似た状態の集合を決定ノードとして設定している(ポートフォリオベースクラスタリング法と呼ぶ)。一方、状態は最適解によって変わるので、できるならば、同時に似た状態の集合の決定も含めて問題を解くことを考えることにしよう。しかし、富の水準を決めるポートフォリオは最適化の結果に得られる値なので、事前にその状態を特定することはできない。このように、似た状態の集合の決定(パスの分類)を同時に含めて問題を解くことは難しいが、「問題を解いて得られた最適解によって決定される状態(分類されたパス)の集合を用いて、再度問題を解いたときに同じ最適解が得られるならば、似た状態の集合の決定も同時に含めて問題を解いたことと同じになる」ということは言える。そこで、本研究ではこの問題に対する近似的な解法として、反復的に問題を解くことによって最適解を求める方法を提案する。

3.2 モデルの定式化

3.2.1 記号

(1) 集合および添字

- i : 経路(パス)を表す添字。
- j : リスク資産を表す添字。
- s_t : 決定ノードを表す添字で、時点(t)とともに記述する。
- V_t^s : t 時点の決定ノード s_t の集合。

(2) パラメータ

- I : 経路の本数
- T : 満期(期間数)
- $P_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の収入保険料(収入項目；期初発生)
- $S_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の保険金支払(支出項目；期初発生)
- $U_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の解約返戻金(支出項目；期初発生)⁵。
- $C_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の保険料積立金(費用項目；期末発生)
- ρ_{j0} : 0時点のリスク資産 j の価格。 $(j = 1, \dots, n)$
- $\rho_{jt}^{(i)}$: t 時点の経路 i のリスク資産 j の価格。 $(j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I)$
- r_0 : 期間1の金利(0時点のコールレート)。
- $r_{t-1}^{(i)}$: 期間 t の経路 i の金利($t-1$ 時点のコールレート)。 $(t = 2, \dots, T; i = 1, \dots, I)$
- W_0 : 0時点での富(初期富)⁶。
- TEV : 要求する目標EV。
- r_E : 各意思決定時点で要求されるポートフォリオの期待収益率。
- μ_j : リスク資産 j の期待収益率。
- D_t : t 時点のキャッシュフローの割引係数。

(3) 決定変数

⁵本来は、資産運用利益、解約返戻金などは期中に発生すると仮定するのが合理的だが、本論文ではモデルの単純化のために期初発生あるいは期末発生という前提を置いている。

⁶ W_0 には0時点の収入保険料から保険金支払いと解約返戻金を差し引いた $P_0 - S_0 - U_0$ は加えられている。

z_{j0} : 0 時点のリスク資産 j への投資量。 $(j = 1, \dots, n)$

z_{jt}^s : t 時点の決定ノード s のリスク資産 j への投資量。
 $(j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T - 1; s \in S_t)$

v_0 : 0 時点の現金(コール運用額)。

$v_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の現金(コール運用額)。 $(t = 1, \dots, T - 1; i = 1, \dots, I)$

$PL_t^{(i)}$: t 期の経路 i の利益合計。 $(i = 1, \dots, I)$

$q^{(i)}$: 計画最終時点の経路 i の目標 $EV(TEV)$ に対する不足分。 $(i = 1, \dots, I)$

3.2.2 定式化

配分決定のための制約条件式およびそれを用いた各時点の富、各期間の利益の計算式、目的関数を以下に示す。

(1) 0 時点での配分決定 : z_{j0}, v_0

$$\sum_{j=1}^n \rho_{j0} z_{j0} + v_0 = W_0 \quad (1)$$

(2) $t - 1$ 時点の配分決定 $(z_{j,t-1}^{s_t}, v_{t-1}^{(i)})$ によるパス i の t 時点の富
 $(t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I)$

$$W_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j0} + (1 + r_0) v_0 + P_1^{(i)} - S_1^{(i)} - U_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1}^{s_1} + v_1^{(i)}, \quad (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \quad (2)$$

$$W_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + (1 + r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - S_t^{(i)} - U_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)}, \quad (t = 2, \dots, T - 1; s_{t-1} \in S_{t-1}; s_t \in S_t; i \in V_{t-1}^{s_{t-1}} \cup V_t^{s_t}) \quad (3)$$

(3) ポートフォリオの期待収益率制約

$$\textcircled{1} \text{ 0 時点} : \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{j0} z_{j0} + r_0 v_0}{W_0} \geq r_E$$

$$\textcircled{2} \text{ } t \text{ 時点} : \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + r_t^{(i)} v_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)}} \geq r_E, \quad (t = 1, \dots, T - 1 : s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t})$$

(4) EV と目的関数

$$EV^{(i)} = \sum_{t=1}^T D_t PL_t^{(i)}, \quad (i = 1, \dots, I) \quad (4)$$

$$PL_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n (\rho_{jt}^{(i)} - \rho_{j,t-1}^{(i)}) z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + r_{t-1} v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - S_t^{(i)} - U_t^{(i)} - C_t^{(i)} \quad (t = 1, \dots, T; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \quad (5)$$

$$LPM_{EV} = \text{Min} \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \middle| EV^{(i)} + q^{(i)} \geq TEV \right\} \quad (6)$$

定式化をまとめて記述すると、以下のようになる

$$\text{最小化} \quad \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \quad (7)$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^n \rho_{j0} z_{j0} + v_0 = W_0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (W_1^{(i)} =) \quad & \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j0} + (1 + r_0) v_0 + P_1^{(i)} - S_1^{(i)} - U_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1}^{s_1} + v_1^{(i)} \\ & (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (W_t^{(i)} =) \quad & \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + (1 + r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - S_t^{(i)} - U_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)}, \\ & (t = 2, \dots, T-1; s_{t-1} \in S_{t-1}; s_t \in S_t; i \in V_{t-1}^{s_{t-1}} \cup V_t^{s_t}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{j0} z_{j0} + r_0 v_0 \geq r_E W_0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + r_t^{(i)} v_t^{(i)} \geq & \left(\sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)} \right) r_E, \\ & (t = 1, \dots, T-1; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} PL_t^{(i)} = & \sum_{j=1}^n \left(\rho_{jt}^{(i)} - \rho_{j,t-1}^{(i)} \right) z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + r_{t-1} v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - S_t^{(i)} - U_t^{(i)} - C_t^{(i)} \\ & (t = 1, \dots, T; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$EV^{(i)} = \sum_{t=1}^T D_t PL_t^{(i)}, \quad (i = 1, \dots, I) \quad (14)$$

$$EV^{(i)} + q^{(i)} \geq TEV, \quad (i = 1, \dots, I) \quad (15)$$

$$z_{j0} \geq 0, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (16)$$

$$z_{jt}^{s_t} \geq 0, \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T-1; s_t \in S_t) \quad (17)$$

$$v_0 \geq 0 \quad (18)$$

$$v_t^{(i)} \geq 0, \quad (t = 1, \dots, T-1; i = 1, \dots, I) \quad (19)$$

$$q^{(i)} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, I) \quad (20)$$

3.3 反復アルゴリズム

3.1節に述べたように、似た状態の集合の決定を同時に含めて問題を近似的に解くための反復アルゴリズムを提案する。以下では富の値が近いことが似た状態である場合の方法を示す。

- (1) 通常のシミュレーション型モデル(枇々木[3])で問題を解く。 $k = 1$ 、目的関数の値を Obj_1 、富の値を $W_{t(1)}^{(i)*}$ とする。
- (2) $k \rightarrow k + 1$ として、富 $W_{t(k-1)}^{(i)*}$ を用いて、ある基準のもとで状態の集合 $V_{t(k)}^{st}$ を作成する。状態はパス番号で定義される。
- (3) 定式化の中の V_t^{st} に $V_{t(k)}^{st}$ を代入して、混合型モデルで問題を解く。目的関数を Obj_k とする。
- (4) $Obj_k - Obj_{k-1}$ がある許容範囲に入っていれば、終了。さもなければ、富の値 $W_{t(k)}^{(i)*}$ を計算し、(2) へ戻る。
 $W_{t(k)}^{(i)}$, $V_{t(k)}^{st}$ が $W_{t(k-1)}^{(i)}$, $V_{t(k-1)}^{st}$ と等しくなれば、オリジナル問題を解くのと同じになる。一方、収束しない場合には、ある程度の反復を繰り返したら終了し、目的関数がよい値をもつ k での最適解を採用する。

本研究では、 t 時点までの富ではなく、累計運用損益 $CPL_t^{(i)} = \sum_{k=1}^t PL_t^{(i)}$ が一定のルールに従つて定めたハードル L_t を越えるか否かによって、異なる意思決定を行うモデルを設定する。そこで、2項格子タイプの混合型モデル(右図のノードが2つのタイプ)を用いて、以下に示すように、ハードル L_t を越えていれば、その状態(パス)をノード a 、すなわち集合 V_t^a に、超えていなければ、その状態(パス)をノード b 、すなわち集合 V_t^b に属すると設定する。

$$S_t = \{a, b\}, V_t^a = \{i | CPL_t^{(i)} \geq L_t\}, V_t^b = \{i | CPL_t^{(i)} < L_t\}$$

4 数値分析

提案するモデルの有用性を検証するために、数値分析を行う。本研究の数値分析で用いる資産運用や保険契約の特性は以下の通りである。

- 期間数 : 10期間 ($T = 10$)
- リスク資産 : 4資産 ($n = 4$)
 - 国内株式 : TOPIX(東証株価指数)
 - 国内債券 : NRI-BPI(野村ボンドパフォーマンスインデックス)
 - 外国株式 : S&P 500(Standard & Poors 500種株価平均)
 - 外国債券 : WGBI(シティグループ世界国債インデックス)
- 無リスク資産 : Cash と表記する
- 資産運用に関するパラメータを以下に示す。これらの値を用いてシミュレーションパスを生成する。無リスク金利は0.1% とする。

	TOPIX	NRI-BPI	S&P	WGBI
期待收益率	5.00%	1.90%	4.50%	2.50%
標準偏差	16.08%	1.97%	15.54%	3.96%
相関係数行列				
TOPIX	1.0000	-0.3398	0.4697	-0.2310
NRI-BPI	-0.3398	1.0000	-0.0179	0.2408
S&P	0.4697	-0.0179	1.0000	-0.4873
WGBI	-0.2310	0.2408	-0.4873	1.0000

- 保険加入者は40歳男性で、保険金額が100万円の10年満期の年払養老保険に加入すると想定する。保険料算出のための基礎率として、予定利率は1.85%、生命標準生命表(1996)を用いる。年払保険料は101,496円。内、純保険料は91,581円とする⁷。

- 割引率：(0.2%, 0.7%, 0.9%, 1.0%, 1.2%, 1.4%, 1.6%, 1.8%, 1.9%, 2.0%)

これらの設定条件のもとで以下の3種類のモデルを用いた計算結果を示す。

- ケース1：シミュレーション型モデル
- ケース2：(反復を含む)2項格子タイプの混合型モデル
- ケース3：制約条件を追加し、目的関数を変更した場合の混合型モデル

計算機は IBM ThinkPad, Pentium IV 2.13GHz, 2GB メモリ、数理計画ソフトウェアとして NUOPT Ver.8((株)数理システム)を用いる。

4.1 パラメータ設定のための予備分析

保険契約の本来的な収益性に応じた設定を行うために、いくつかの TEV 、 r_E の組み合わせについてシミュレーション型モデルを用いて分析を行った結果、ポートフォリオの自由度が確保できる $r_E = 1.5\%$ を用いる。一方、10種類の TEV の値(10,000～100,000の10,000刻み)に対して分析を行った結果、95% VaR(Value at Risk)に近い値である $TEV = 60,000$ を以降の分析で用いることにする(TEV を下回る確率は3.1%である)。

4.2 ケース1：シミュレーション型モデル

ケース2以降で、条件付き意思決定の効果を分析するために、シミュレーション型モデルによる計算結果を調べる。

図1に、 t 時点($t = 0, \dots, 9$)の4つのリスク資産と無リスク資産(Cash)の投資金額と平均投資比率を示す。投資開始直後には株式(TOPIX, S&P500)や外債への投資比率が高く、リスクが高いポートフォリオとなっている。しかし、資産規模が拡大するに従って、徐々に円債への投資比率が上昇し、安全な運用へと変化している。また、運用期間後半では投資比率が安定していることも特徴的である。このような結果は、多期間最適化モデルでは、しばしば表れる効果であるが、 TEV を上回っている場合には更なる上昇を犠牲にするという欠点もある。これは、富の水準に応じて意思決定を変えるという条件付き意思決定を行うことによって、改善することが期待される。

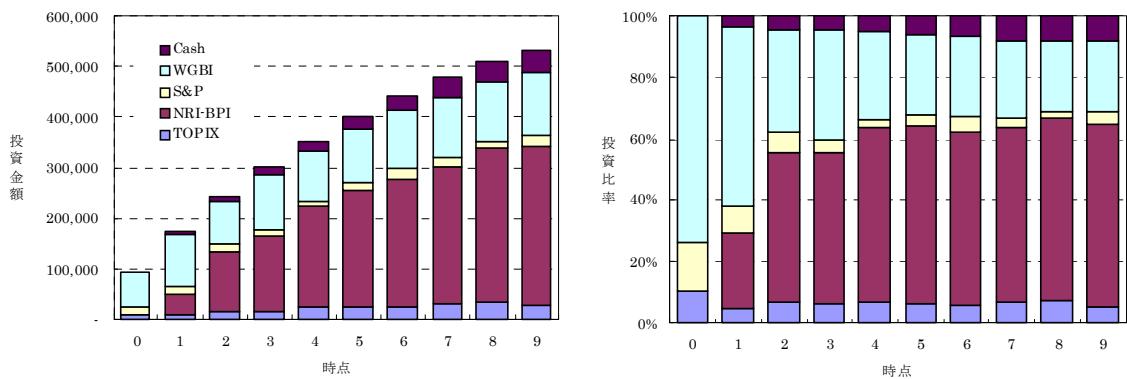


図1: 資産別投資金額・投資比率の推移

⁷実際の死亡率、解約率についての詳細は割愛するが、一定の前提を置いてすべての分析に共通の値を用いる。

4.3 ケース 2：(反復を含む)2項格子タイプの混合型モデル

まずははじめに、異なる意思決定を行う境界であるハードルの設定を行う。本研究では 3.3節にも示したように、資産規模の増加との関連性を維持するため、平均的な累計運用損益と連動するハードルを設定する。 $t = 1$ のハードルは、当期の保険損益とし、その後はこの保険損益を起点として累計運用損益の上昇率で増加するように設定する。平均累計運用損益として、4.2節でシミュレーション型モデルで問題を解いたときの 5,000 パスの平均を用いる。

このハードル値を用いて反復アルゴリズムによって問題を解く。最適化を繰り返し行った場合の目的関数の変化をそれぞれ図 2 に示す。図 2 を見ると、シミュレーション型モデル(1回目)に比べて、混合型モデル(2回目)を解くことによって目的関数は約 20%程度減少する。ただし、High/Low のノード数は大きく改善しなかった。最適化を反復しても目的関数も改善傾向が継続していないことを示している。この点については、4.4.2 項で再度検証を行う。

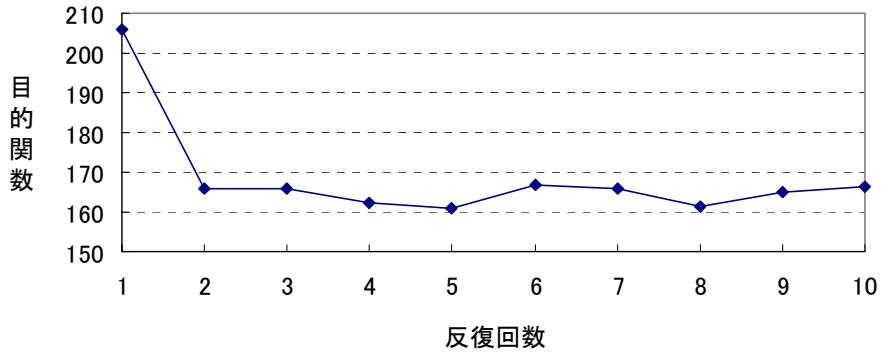


図 2: 反復計算による目的関数の変化

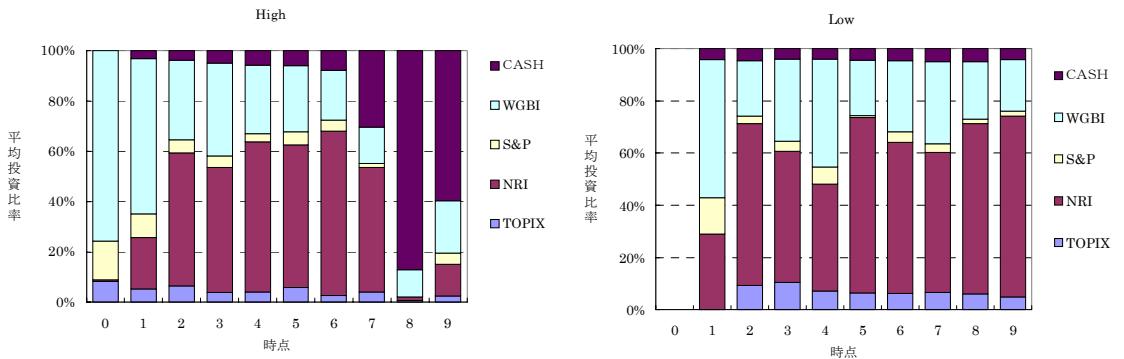


図 3: 平均投資比率

また、EV 累積分布によれば、 TEV を下回るダウンサイドリスクの減少効果が得られる一方で、アップサイド部分では逆に分布を引き下げてしまう効果があることが分かった。

図 3 にそれぞれ High/Low ノードに対する平均投資比率と平均投資金額を示す。ただし、0 時点の投資決定は High に含めている。High ノードの $t = 7 \sim 9$ において、急激に無リスク資産の投資比率が高まっている。一方、Low ノードにおいては、最後まである程度のリスクを維持しながら、運用成果が向上する機会を待つ戦略を取っており、ノードによって運用戦略が大きく異なる。

4.4 ケース 3：制約条件の追加と目的関数の変更

ケース 2 におけるアップサイドのポテンシャルを引き下げるという副作用への対処法として、EV の期待値も考慮して、表 1 に示すような目的関数と制約条件の与え方を変更した 2 種類のモデルを

用いて問題を解く⁸。以降、3.2.2項で示したモデルをモデルAと呼ぶ。

表 1: 2種類のモデル

	モデルB1	モデルB2
目的関数	最大化 $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I EV^{(i)}$	最小化 $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)}$
制約条件	$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \leq LEV$ (8)~(20)式	$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I EV^{(i)} \geq UEV$ (8)~(20)式

4.4.1 分析結果

モデルB1では $LEV = 210$, モデルB2では $UEV = 103,000$ を用いて EV の期待値とリスクの変化を分析を行う。紙面の都合上省略するが、各モデルを反復計算したときの目的関数値は、図2と同様に、混合型モデル(2回目)を解くことにより、大きく目的関数が改善する様子を観察できた。

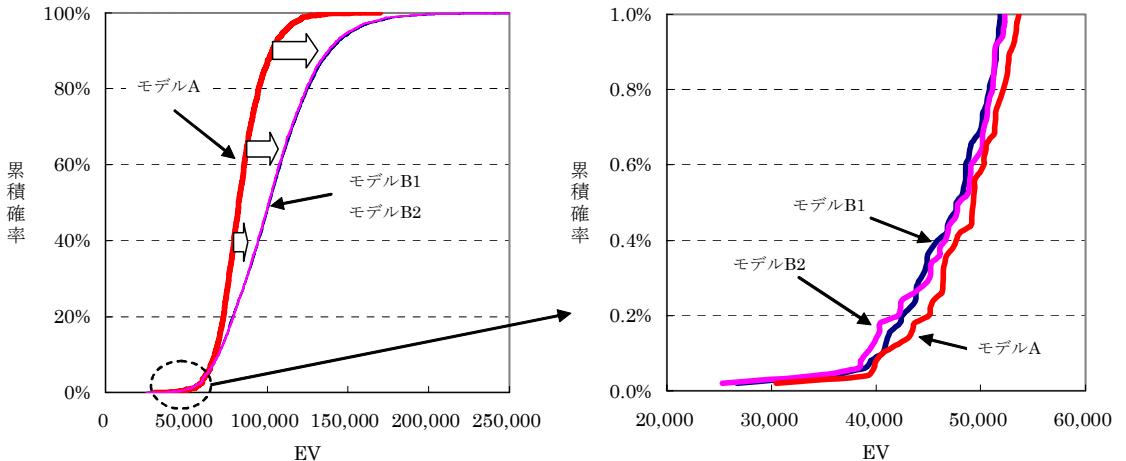


図 4: EV 累積分布の比較

一方、モデルAとモデルB1, B2のEV累積分布を比較するために図4を示す。EVの期待値を考慮することによって、モデルB1とB2は大きくダウンサイドのマイナス効果を受けることなく、アップサイドのマイナス効果を回復することができる。

最適ポートフォリオの投資比率の違いを見るために、図3、図5、図6を比べてみよう。図3では、運用損益を確定させるために満期近くにHighノードで無リスク資産を積み増していたが、EVの期待値を最大化、もしくは下限を新たな制約条件として追加することによって、両モデルとも過度にリスクを高めることなく、EVを高めることができる。

モデルB1とモデルB2の比較では、Highノードについては、ダウンサイド抑制型のモデルB2の方が、よりリスク抑制型の投資比率になっている一方で、Lowノードについては、両モデルとも安定的なかつディフェンシブなポートフォリオを継続している。

⁸これらの2種類のモデルは LEV と UEV をそれぞれパラメトリックに変更して効率フロンティアを描くならば等価なモデルである。ただし、反復計算を行うと収束する最適解の特徴に違いが見られるため、2種類のモデルに分けている。

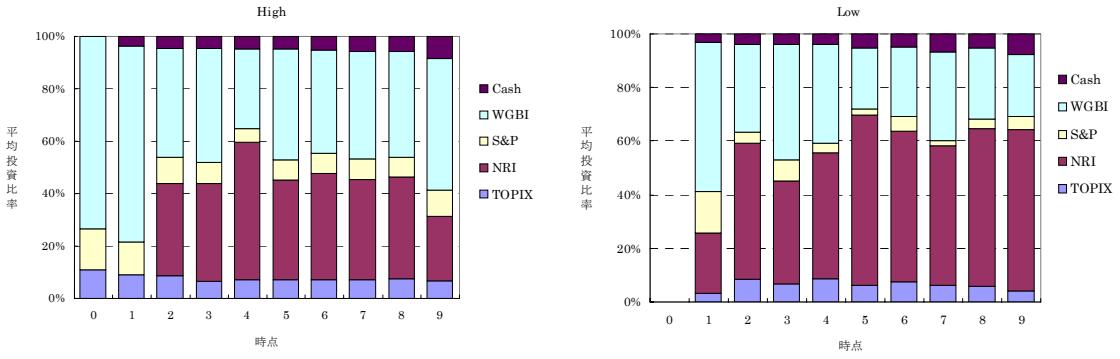


図 5: モデルB1の平均投資比率

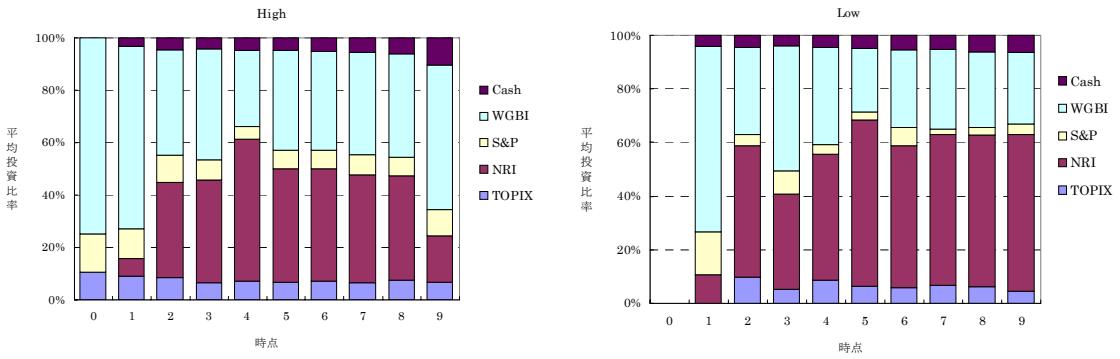


図 6: モデルB2の平均投資比率

4.4.2 効率的フロンティアの導出

混合型モデル(反復2回目以降)の結果はシミュレーション型モデル(反復1回目)の結果に比べて、制約条件のラインに沿って、リスク・リターン特性が改善し、プロットグラフの左方/上方にシフトしていることが確認できる。同様に各モデルでパラメータを変化させて反復計算すると、2回目の反復で急速に改善した後は、一定の範囲内でプロット点が移動している。似た状態(パス)の集合の決定を同時に含めた問題は非線形計画問題であり、大域的最適解へ収束をさせることは難しいが、反復計算によるプロット点の動きを観察すると、ほぼ効率的フロンティアの内側にある範囲内にあると判断してもよいだろう。

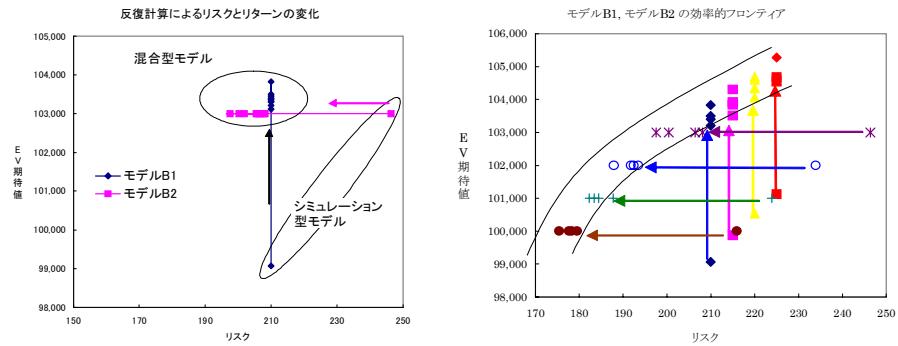


図 7: リスクとリターンの変化と効率的フロンティア

5 感応度分析

5.1 予定利率の変化

予定利率と保険契約締結時の市場金利(債券の期待收益率)との相対関係について分析する。市場金利とパス発生に用いる債券の期待收益率を固定して、予定利率を変動させることで、予定利率と市場金利の相対関係の変化による保険契約の収益性や最適解の変化を分析する。

予定利率が1.85%から1.95%に変化した場合の効率的フロンティアの変化を図8に示す。モデルB1は1.85%のときには $LEV = 210, 215, 220, 225$ 、1.95%のときには $LEV = 425, 430, 450, 470$ で、モデルB2は $UEV = 100,000 \sim 103,000$ (1,000刻み)で問題を解く⁹。予定利率が10bp(0.1%)上昇することにより、効率的フロンティアが大きく右方向にシフトする。予定利率の上昇は(保険金額不变の中で)保険料の低下により、運用資産の低下をもたらす。例えば、予定利率が10bp上昇することによって、平準払い保険料は101,496円から、100,985円(-0.5%)に低下する。

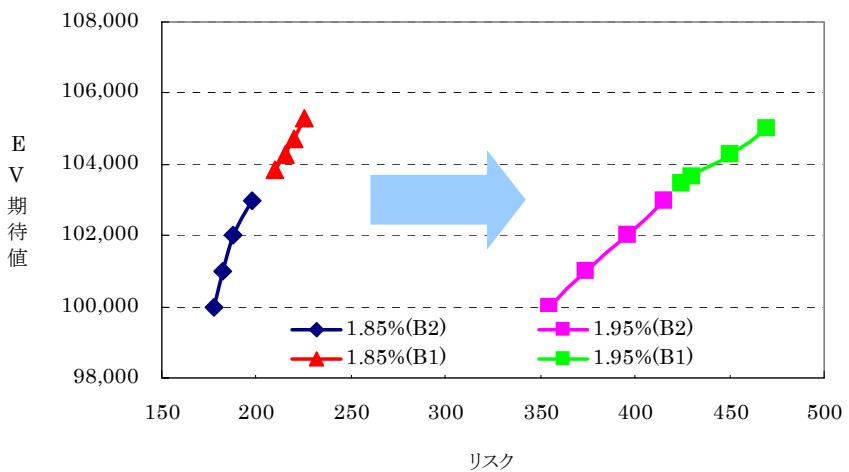


図8: 予定利率変化による効率的フロンティアの変化

モデルB1の場合、 $LEV = 225$ では予定利率が1.85%のときには最適解を得ることができるが、1.95%の場合には求めることができない。これは、予定利率と債券の期待利回りの相対関係で効率的フロンティアが大きく変動するからである。モデルB1の効率的フロンティアの変動は右方向に大きいため、 LEV の設定を適切にコントロールする必要がある。

モデルB2では、ダウンサイドリスクの増加が観察されるが、その増加幅は、予定利率の上昇に従って加速度的に拡大している。これは、EVの期待値の下限が制約条件となっていることで、予定利率が増加しても単にEVの期待値の下方シフトが許されず、分布が広がることでリスクが拡大することを示している。

モデルB2における予定利率別の投資比率の推移を図9に示す。予定利率が上昇することによって円債から外債へのシフトが進んでいる。外債の期待收益率(2.5%)を下回っている範囲では、外債中心の運用となるのは妥当な結果と言えよう。

⁹モデルB1とモデルB2はリスクとリターンのどちらを制約として問題を解くかによって(制約となるパラメータが異なることによって)、最適解を求めるモデルであるが、前述の通り、同じ効率的フロンティアを描くことができる。図8は各モデルのパラメータを用いて、効率的フロンティアの一部分を描き出している。ただし、説明では簡単のため効率的フロンティアと記述する。

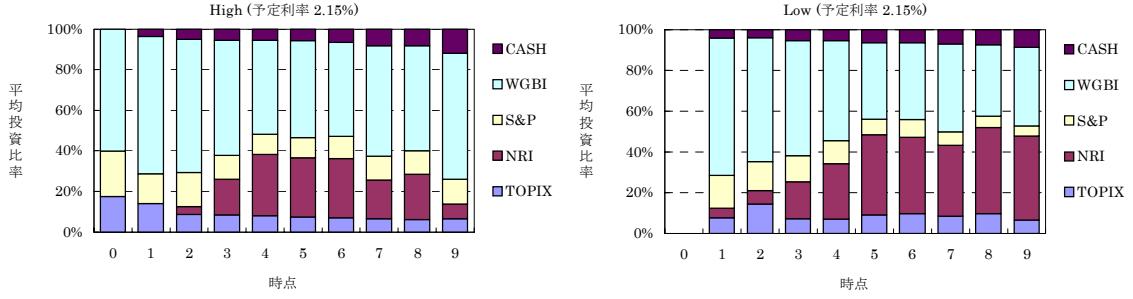


図 9: 予定利率別投資比率の変化

5.2 割引率

金利変化による最適化戦略の感度分析として、イールドカーブの傾き変化に対する感応度を分析する。分析で用いる3つのイールドカーブと割引係数を表2に示す。

表 2: イールドカーブの変化

	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y
YO	ゼロクーポンイールド	0.2%	0.7%	0.9%	1.0%	1.2%	1.4%	1.6%	1.8%	1.9%
	割引係数	0.9980	0.9861	0.9735	0.9610	0.9421	0.9200	0.8948	0.8670	0.8442
Y1	ゼロクーポンイールド	0.0%	0.5%	0.7%	0.9%	1.1%	1.3%	1.5%	1.8%	1.9%
	割引係数	1.0000	0.9896	0.9780	0.9661	0.9473	0.9248	0.8990	0.8700	0.8458
Y2	ゼロクーポンイールド	0.4%	0.9%	1.1%	1.1%	1.3%	1.5%	1.7%	1.8%	1.9%
	割引係数	0.9960	0.9827	0.9690	0.9559	0.9369	0.9151	0.8907	0.8640	0.8425

予定利率が1.85%のときの図8(Y0の結果)にイールドカーブが変化した場合(Y1, Y2)を加えた結果を図10に示す。ステイープニング(Y1)に対して、モデルB1でEV期待値の増加、モデルB2ではリスクの減少が見られる。モデルB1は同じリスク値に対して、EV期待値の増加(効率的フロンティアでは上方シフト)方向に変化し、その感応度は高い。一方で、モデルB2については、ステイープニングによって、効率的フロンティア上のプロット点が左方にシフトし、リスク抑制の方向に変化しているが、そのシフト幅は小さい。

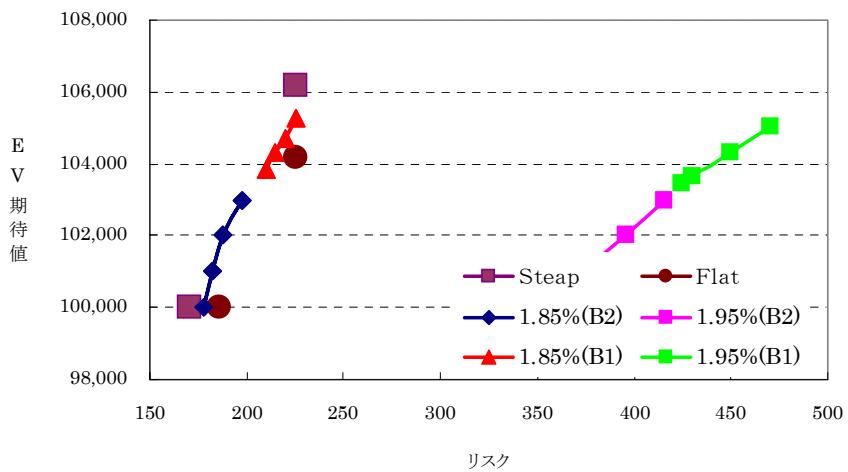


図 10: イールドカーブ変化によるリスク・リターンの変化

イールドカーブ別(Y1, Y2)の場合の資産別の平均投資比率の推移を図11に示す。Highノードについて、モデルB1とモデルB2でイールドカーブ変化に対する投資行動の変化が確認できる。モデルB1では、Y1(ステイープニング)に対して、運用期間後半に株式資産の増加傾向、債券内での

外債比率の上昇など、リスク増加傾向が認められる。一方、モデルB2では、株式資産には大きな変化はなく、逆に債券内での外債比率については、逆に低下しており、リスク減少傾向が認められる。特に、モデルB1は、イールドカーブの変化に対して最適投資比率の変化幅が大きい。一方、Low ノードでは、投資比率の大きな変化は認められない。紙面の都合上示していないが、EV分布を見てみると、主にアップサイドへの影響が大きく、ダウンサイドには影響が小さいため、Low ノードへの影響が小さいものと推測できる。

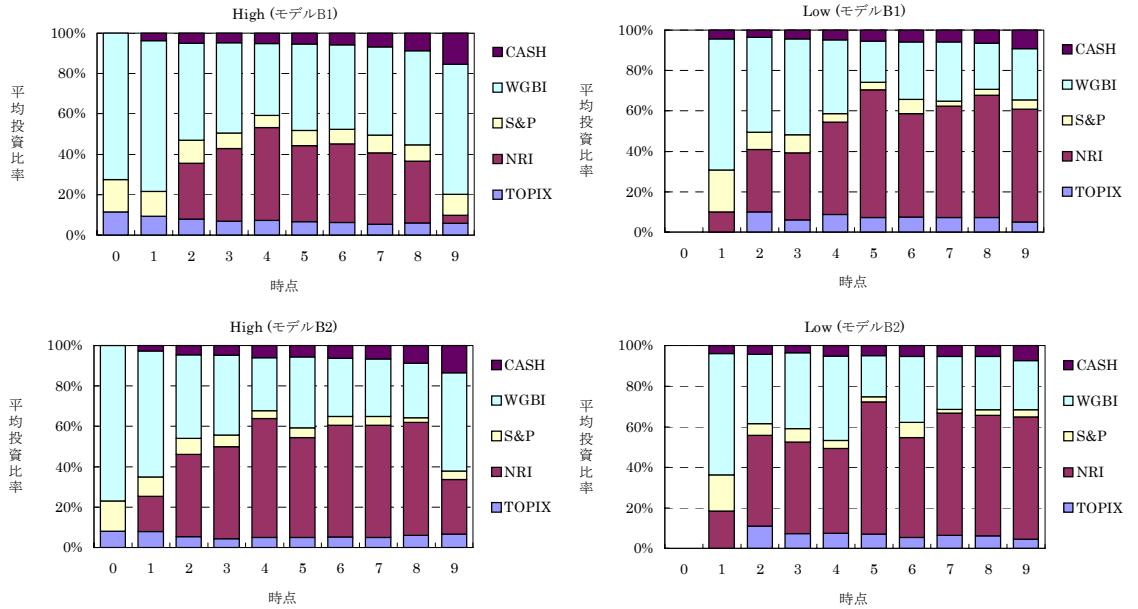


図 11: イールドカーブ別投資比率の変化(Y1)

5.3 保険 ALM の視点

本節では今までの結果をマッチング型 ALM 戦略における金利リスクの概念と再度比較する。10年満期の年払い養老保険(予定利率 1.85%)に対して 10bp のイールドカーブのシフト、並びに 5.2 節で用いたイールドカーブを用いてマッチング型 ALM 戦略を行った場合の期間損益と EV を計算した結果を表 3 に示す。

イールドカーブのパラレルアップ、ステイープニングによって EV は増加、パラレルダウン、フラットニングによって EV は減少しており、金利感応度分析の結果と整合的である。しかし、マッチング型 ALM 戦略の EV は全体的に低く、リスク管理の側面からの合理性を理解しつつも実務的に適用されにくい実態がある。本稿で提唱した手法は、マッチング型 ALM 戦略とのリスク特性の相関を維持しつつ、期待收益率を高めることができる。その点で、利用価値は高いと言えるだろう。

一方で、いくつか問題点も残っている。本研究では各資産の期待收益率は一定として取り扱ったが、満期保有を前提としない債券投資の場合、実際には市場で観測されるイールドカーブと、債券の期待收益率には、一定の相関がある。感応度分析は、債券市場の期待收益率に影響を及ぼさない程度のイールドカーブ変化に対するインプリケーションを提供しているが、この点も考慮に入れたモデルの構築が必要であろう。

表 3: イールドカーブ別EV(マッチング型ALMの場合)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y0	運用損益	188	2,065	3,101	3,823	6,840	9,293	11,974	14,858	13,413	15,185
	保険損益	13,966	10,291	7,100	4,378	2,041	27	-1,659	-3,128	-4,346	-5,434
EV = 96,115		14,126	12,185	9,930	7,880	8,367	8,573	9,230	10,170	7,654	7,999
-10bp	運用損益	94	1,893	2,859	3,523	6,483	8,879	11,505	14,332	12,849	14,574
	保険損益	13,966	10,291	7,100	4,378	2,041	27	-1,659	-3,128	-4,346	-5,434
EV = 93,220		14,046	12,039	9,724	7,622	8,071	8,242	8,871	9,790	7,242	7,572
+10bp	運用損益	282	2,238	3,343	4,124	7,198	9,708	12,447	15,389	13,981	15,802
	保険損益	13,966	10,291	7,100	4,378	2,041	27	-1,659	-3,128	-4,346	-5,434
EV = 98,993		14,205	12,332	10,136	8,137	8,662	8,903	9,587	10,547	8,062	8,423
Y1	運用損益	0	1,797	2,831	3,619	6,749	9,359	12,239	15,362	14,188	16,260
	保険損益	13,966	10,291	7,100	4,378	2,041	27	-1,659	-3,128	-4,346	-5,434
EV = 97,733		13,966	11,963	9,713	7,725	8,327	8,680	9,511	10,644	8,324	8,881
Y2	運用損益	376	2,335	3,371	4,028	6,932	9,226	11,709	14,355	12,639	14,114
	保険損益	13,966	10,291	7,100	4,378	2,041	27	-1,659	-3,128	-4,346	-5,434
EV = 94,507		14,285	12,407	10,147	8,035	8,407	8,468	8,951	9,700	6,987	7,121

6 おわりに

本論文では生命保険会社が採用すべき ALM 戦略を導くために、平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行った。保険会社の価値指標であるエンベデッドバリューの概念をモデルに導入するとともに、シミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデルを反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案した。モデルの有用性を検証するために、数値分析を行った。

条件付き意思決定を含む混合型モデルの枠組みで、同時に似た状態の集合の決定も含めて問題を解く方法として、反復計算による最適解への近似アルゴリズムを提案するとともに、リスク上限制約付きのEVの期待値最大化モデル(モデルB1)やEVの期待値の下限制約付きリスク最小化モデル(モデルB2)を用いて問題を解くことでリスク・リターン特性の改善したポートフォリオが得られることが確認できた。

さらに、金利変動に対する感応度分析を行った。市場金利の期待利回りと予定利率の相対関係の変化が、EVの期待値やダウンサイドリスクに大きな影響を及ぼすとともに、最適投資比率にも影響を及ぼすことが確認できた。また、イールドカーブの変化もEVの期待値やダウンサイドリスクに影響を及ぼすことが確認された。影響度合いは、予定利率の上昇に比べると小さいものの、イールドカーブのステーਪニングが、EVの期待値の向上につながることが確認できた。

また、生命保険のALM戦略の視点からも分析を行った。リスク抑制型のマッチング型ALMにおける金利リスクの概念を整理した上で、提案した多期間最適化モデルの金利感応度分析を行った。実務上、マッチング型ALMと平均・分散アプローチの両戦略は、アプローチの違いと期待される収益率が異なるという印象から別の戦略として捉えられることが多かったが、多期間最適化の目的関数にEVの概念を導入することで、両戦略の概念上の融合を図ることができる可能性を見いだしたと言えよう。

生命保険に関しては、契約締結と同時に将来のキャッシュフロー発生が予測されると同時に、支払い事由が将来発生することから、収益の認識が難しいという性質がある。このような困難さに対して、企業価値の観点から、生命保険会社の特性を考慮した様々な試みがなされている。しかしながら、将来のキャッシュフローに対する意思決定の期間構造や、リスクを考慮したEVの計測方法は確立されておらず、本稿で提唱した手法は、このような議論に一石を投じができるものと期待される。リスク許容度に応じた投資行動の変化や企業価値の金利感応度などの整合

性を維持した形での極めて実勢に近い形での価値測定を可能にできれば、保険会社の価値測定はより高度化することが期待される。

参考文献

- [1] J.Y. キャンベル, L.M. ビセイラ 著, 木島正明 監訳, 野村證券金融経済研究所 訳, 長期投資のための資産配分の考え方, 東洋経済新報社, 2005.
(原著) J.Y. Campbell and L.M. Viceira, *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford University Press, 2002.
- [2] E. Bogentoft, H. Romeijn and S. Uryasev, Asset/Liability Management for Pension Funds Using CVaR Constraints, *The Journal of Risk Finance*, Vol.3 (2001), pp. 57-71.
- [3] 枇々木規雄, 「戦略的資産配分問題に対する多期間確率計画モデル」, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.44, No.2(2001), pp.169–193.
- [4] 枇々木規雄, 最適資産配分問題に対するシミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデル, 高橋一編, ジャフィー・ジャーナル[2001] 金融工学の新展開, pp.89–119.
- [5] N. Hibiki, Hybrid simulation/tree stochastic optimization model for dynamic asset allocation, B. Scherer (eds.), Chapter 14 in *Asset and Liability Management Tools: A Handbook for Best Practice*, (Risk Books, 269–294, 2003).
- [6] N. Hibiki, Multi-period Stochastic Optimization Models for Dynamic Asset Allocation, *Journal of Banking and Finance*, Vol.30, No.2(2006), pp.365–390.
- [7] 本多俊毅, 投資機会が変動する場合の最適ポートフォリオについて, 現代ファイナンス, **6** (1999), 19–45.
- [8] R.C. Merton, Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case, *Review of Economics and Statistics*, **51 - 3**(1969), 247–257.
- [9] J.M. Mulvey and W.T. Ziemba, Asset and Liability Allocation in a Global Environment, Chapter 15 in “*Handbooks in OR & MS, Vol.9*”, edited by R.Jarrow et al., 1995.
(邦訳： 枇々木規雄：グローバル環境における資産負債配分, 第15章, 今野浩, 古川浩一編著, ファイナンスハンドブック, 1997.)
- [10] J.M. Mulvey and W.T. Ziemba, Asset and Liability Management Systems for Long-Term Investors: Discussion of the Issues, *Chapter 1 in Ziemba and Mulvey[12](1998)*, 3–38.
- [11] P.A. Samuelson, Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming, *Review of Economics and Statistics*, **51 - 3**(1969), 239–246.
- [12] W.T. Ziemba and J.M. Mulvey (eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, 1998.