

DEAにおけるスラックを考慮した効率性の評価法

枇々木 規雄

オペレーションズ・リサーチ：特集「DEA事例研究」(平成7年12月号)

1. はじめに

DEAにおけるCCRモデルの計算法として、次のような2段階の線形計画問題(双対問題形式)によって解く方法が刀根[7, 8]によって提唱されている。ただし、ここでは第2段階のスラック s_x, s_y の係数には入出力項目の重要性を示すウェイト $w_x \in R^m, w_y \in R^s$ を付けて示す¹。 m, s, n はそれぞれ入力、出力の項目数とDMUの数、 $X \in R^{m \times n}, Y \in R^{s \times n}$ は入力、出力の値、 $x_o \in R^m, y_o \in R^s$ は対象DMU o の入力、出力の値を表す。 $\theta, \lambda \in R^n, s_x \in R^m, s_y \in R^s$ は変数である。また、 T は転置を表す。

< 第1段階 >

$$\min \quad \theta \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \theta x_o - X\lambda - s_x = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$Y\lambda - s_y = y_o \quad (3)$$

$$\lambda \geq \mathbf{0}, s_x \geq \mathbf{0}, s_y \geq \mathbf{0} \quad (4)$$

< 第2段階 >

$$\max \quad \delta = w_x^T s_x + w_y^T s_y \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad X\lambda + s_x = \theta^* x_o \quad (6)$$

(3), (4) 式

第2段階の θ^* は第1段階で求められた最適解を表す。さらに、加重平均入力効率性と加重平均出力効率性の積で示されるスラックを考慮した修正効率性尺度 τ (T 効率値) も提唱されている。

$$\tau^* = \left(\theta^* - \frac{w_x^T s_x^*}{w_x^T x_o} \right) \left(\frac{w_y^T y_o}{w_y^T (y_o + s_y^*)} \right) \quad (7)$$

そして、スラックを考慮した修正効率性尺度の性質として、次の3点を挙げている。

(1) スラック s_x^*, s_y^* が $\mathbf{0}$ (スラックレス) のときは、D

効率値と一致する。逆に、一致するのはスラックレスのときに限る。

(2) スラックの相対的な大きさに関して減少関数である。

(3) スラックの重要性を示すウェイト w_x, w_y が決まれば、T 効率値はユニークに決まる。

T 効率値はスラックを考慮しており、尺度の性質も含めて、従来のD 効率値に比べて、優れた尺度であると考えられる。しかし、T 効率値が加重平均入力効率性と加重平均出力効率性の積によって求められることの積極的な理由は説明されていない。さらに、主問題に戻したときに比率尺度として解釈できるのかどうか、可変ウェイト v, u はどのような値をとるのか、可変ウェイト v, u とスラックに対する入出力項目の重要性を示すウェイト w_x, w_y の関係なども説明されていない。

そこで、本研究ではCCRモデルに対し、2段階の線形計画問題を利用して、スラックを考慮しつつ、これらの点を説明できる新しい効率性尺度を提案し、数値例も含めて検討する。さらに、スラックを考慮したクロス効率値も提案する。以下に本論文の構成を示す。2.節で2段階問題の主問題を示し、スラックおよび入出力項目の重要性を表すウェイトと可変ウェイトの関係について調べる。そして、新しい効率性尺度を示し、考察する。3.節では、数値例による考察を行う。4.節では、スラックを考慮したクロス効率値を示す。最後に、5.節で結論および今後の課題を述べる。

2. スラックを考慮した効率性尺度

2.1 2段階線形計画問題の主問題

2段階の線形計画問題を主問題形式に書き直すと次のように定式化される。 $v \in R^m, u \in R^s$ は入力、出力に対するウェイトを表す。

< 第1段階 >

$$\max \quad \theta = y_o^T u^{(1)} \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad x_o^T v^{(1)} = 1 \quad (9)$$

$$Y^T u^{(1)} - X^T v^{(1)} \leq \mathbf{0} \quad (10)$$

ひびき のりお 慶應義塾大学理工学部管理工学科
〒223 横浜市港北区日吉3-14-1

¹ w_x, w_y の値の設定方法として、単位の不変性を保つために、入出力値の最大値 [9] を用いる方法などが提案されている。

$$v^{(1)} \geq \mathbf{o} \quad (11)$$

$$u^{(1)} \geq \mathbf{o} \quad (12)$$

< 第2段階 >

$$\max \quad \delta = y_o^T u^{(2)} - \theta^* (x_o^T v^{(2)}) \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad Y^T u^{(2)} - X^T v^{(2)} \leq \mathbf{o} \quad (14)$$

$$v^{(2)} \geq w_x \quad (15)$$

$$u^{(2)} \geq w_y \quad (16)$$

(15)、(16) 式より、第2段階で入出力項目の重要性を示すウェイト w_x, w_y は、可変ウェイト $v^{(2)}, u^{(2)}$ の下限値を表していることが分かる。

2.2 スラックを考慮した効率値

スラックを考慮した効率値を考えるために、まず初めに2.1節で示した2段階LPの主問題の第2段階で求められる可変ウェイト $v^{(2)*}, u^{(2)*}$ を用いた比率尺度 γ^* を (17) 式に示す。

$$\gamma^* = \frac{y_o^T u^{(2)*}}{x_o^T v^{(2)*}} \quad (17)$$

第2段階の目的関数からも分かるように、比率尺度 γ^* は一意に決まるとは限らない。(13),(17) 式より、(18) 式が成り立つ。

$$\gamma = \theta^* + \frac{\delta^*}{x_o^T v^{(2)*}} \quad (18)$$

$\delta^* \leq 0$ より、 $x_o^T v^{(2)} \rightarrow \infty$ にすると、 $\gamma^* = \theta^*$ となり、スラックを考慮しない効率値になる。そこで、スラックを考慮した効率値を一意に求めるために、次の第3段階の問題を解く²。

< 第3段階 >

$$\min \quad \chi^V = x_o^T v^{(3)} \quad (19)$$

$$\text{s.t.} \quad Y^T u^{(3)} - X^T v^{(3)} \leq \mathbf{o} \quad (20)$$

$$y_o^T u^{(3)} - \theta^* (x_o^T v^{(3)}) = \delta^* \quad (21)$$

$$v^{(3)} \geq w_x \quad (22)$$

$$u^{(3)} \geq w_y \quad (23)$$

本研究ではスラックを考慮した効率値として、第3段階で求められる可変ウェイト $v^{(3)*}, u^{(3)*}$ を用いた (24) 式のスラック調整済D効率値 (Slack Adjusted DEA Efficiency : 以降、S 効率値) η^* を提案する³。

$$\eta^* = \frac{y_o^T u^{(3)*}}{x_o^T v^{(3)*}} \quad (24)$$

可変ウェイト $v^{(3)*}, u^{(3)*}$ は第2段階の最適解にもなり得るので、 η^* は、(5),(13) 式(または(21) 式) より、(25) 式に書き直すことができる。

$$\eta^* = \theta^* - \frac{1}{\chi^{V*}} \cdot (w_x^T s_x^* + w_y^T s_y^*) \quad (25)$$

ここで、 $\chi^{V*} = x_o^T v^{(3)*} > 0$ 。 $\eta^* \leq \theta^*$ 、(スラックレスのときは、 $\eta^* = \theta^*$) となり、スラックを考慮した場合の尺度の性質もすべて満たす。S 効率値 η を求める場合、2段階LPの主問題の第2段階において、ウェイト w_x, w_y が可変ウェイトの値を制約することによりスラックを評価していると考えられる⁴。以上のことから、S 効率値が主問題、双対問題の両方を考慮した効率値であるという特徴を持つことが分かるだろう。

次に、入出力スラックを考慮したS 効率値 η^* をスラックレスの入力の一律削減率と考えた点 ($\eta^* x_o^T, y_o^T$) (以降、仮参照点と呼ぶ) と通常の一律削減率 θ^* とスラックによる改善案として求められる参照点 ($(\theta^* x_o - s_x^*)^T, (y_o + s_y^*)^T$) の関係について考察を行う。仮参照点と参照点には、(26) 式の関係を示すことができる。

$$\begin{aligned} y_o^T u^* - \eta^* x_o^T v^* \\ = (y_o + s_y^*)^T u^* - (\theta^* x_o - s_x^*)^T v^* = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

仮参照点 ($\eta^* x_o^T, y_o^T$) はスラックレスでない限り、生産可能集合に含まれない。しかし、仮参照点に相当する活動を行うDMUが存在すると仮定した場合、他のDMUが変わらない限り、そのDMUは効率的になり、仮参照点はスラックレスの改善案になる。このことはS 効率値が効率的となる改善案を求めるDEAの考え方に極めて整合的な効率値であることを示している。

次に、(25) 式に含まれる χ^{V*} について考察する。2段階LP(双対問題)の第2段階は次のように書き直すことができる。

$$\max \quad \delta = w_x^T s_x + w_y^T s_y \quad (27)$$

$$\text{s.t.} \quad \theta = \theta^* \quad (28)$$

(2) ~ (4) 式

χ^{V*} は第3段階の目的関数値であるが、(28) 式に対する双対解として考えることもできる。したがって、 θ^* を微小変化させても、その分、スラック部分の大き

²第3段階はスラックを考慮した効率値の一意性を保証するための段階である。第3段階の最適解は第2段階の解にもなり得るので、効率値の解釈や説明については第2段階を用いて展開する。

³BCCモデルの効率性尺度も同様に示すことができる。

⁴可変ウェイトに制約を与える方法の一つである領域限定を行うと、効率値は小さくなるか、同じである。そのことから第2段階ではウェイトの制約により小さくなる分をスラックとして評価していると解釈できる。

さ δ も微小変化するので、 η は変化しない。つまり、 χ^{V*} が一律削減率 θ 、スラック部分 δ をバランスさせる役割を果たし、そのバランスしているときの効率値が S 効率値 η になる⁵。 χ^{V*} は、 δ に対する θ のシャドウプライスであり、(25) 式で計算される S 効率値の重要な意味付けを与えてくれることが分かる。

2.3 簡単な数値例による考察

2 入力、1 出力、3DMU の数値例を用いて、S 効率値について考察する。

表 1：2 入力、1 出力、3DMU の数値例

DMU	入力 1	入力 2	出力 1	効率性
A	2	4	1	D 効率的
B	3	1	1	D 効率的
C	10	2	1	D 非効率的

DMU C のみ D 非効率的になる。入力ウェイトを v_1 、 v_2 、出力ウェイトを u_1 、入力スラックに対するウェイトを w_{x1} 、 w_{x2} 、出力スラックに対するウェイトを w_{y1} とする。DMU C を対象とすると、スラックに対するウェイトの値の持つ条件が、

(1) $3w_{x1} + w_{x2} \geq w_{y1}$ ならば、

$$v_1^* = w_{x1}, v_2^* = w_{x2}, u_1^* = 3w_{x1} + w_{x2}, \\ \eta_C^* = \frac{3w_{x1} + w_{x2}}{10w_{x1} + 2w_{x2}}$$

(2) $3w_{x1} + w_{x2} \leq w_{y1}$ ならば、

$$v_1^* = w_{x1}, v_2^* = w_{y1} - 3w_{x1}, u_1^* = w_{y1}, \\ \eta_C^* = \frac{w_{y1}}{2w_{y1} + 4w_{x1}}$$

になる。ウェイト w_{x1} 、 w_{x2} 、 w_{y1} の組み合わせの違いによる η_C^* の例を表 2 に示す。

表 2：ウェイトの組み合わせの違いによる η_C^* の例

	w_{x1}	w_{x2}	w_{y1}	v_1^*	v_2^*	u_1^*	η_C^*
例 1	1	1	1	1	1	4	$1/3$
例 2	2	1	8	2	2	8	$1/3$
例 3	0	1	1	0	1	1	$1/2$
例 4	1	0	1	1	0	3	$3/10$

DMU C とその参照点である DMU B の関係を各例について (26) 式を用いて調べ、 η_C^* の値について考察する。出力はすべて 1 でスラックはないので、(26)

式は入力のみ (29) 式になる。

$$\eta_C^* x_C^T v^* = (\theta^* x_C - s_x^*)^T v^* = 0 \quad (29)$$

さらに、(30) 式が成り立つ。

$$X_B = \theta^* \cdot x_C - s_x^* \quad (30)$$

したがって、(29)、(30) 式より、(31) 式が成り立つ。

$$(X_B - \eta_C^* x_C)^T v^* = 0 \quad (31)$$

(31) 式からも分かるように、 η_C^* の値は次のように考えることができる。

$$\text{例 1) } 1/3 \times (10, 2) + (-1/3, 1/3) = (3, 1)$$

$$(-1/3, 1/3) (1, 1)^T = 0$$

$$\text{例 2) } 1/3 \times (10, 2) + (-1/3, 1/3) = (3, 1)$$

$$(-1/3, 1/3) (2, 2)^T = 0$$

$$\text{例 3) } 1/2 \times (10, 2) + (-2, 0) = (3, 1)$$

$$(-2, 0) (0, 1)^T = 0$$

$$\text{例 4) } 3/10 \times (10, 2) + (0, 2/5) = (3, 1)$$

$$(0, 2/5) (1, 0)^T = 0$$

左辺の第 1 項の係数が η_C^* の値、第 2 項は符号無制約のスラック $(X_B - \eta_C^* x_C)^T$ を表しているのが分かる。そのスラックと入力ウェイトの内積をとると (直交して)、0 になる。S 効率値 η^* はウェイト付けされた符号無制約のスラック値を合計した結果、0 になる (符号無制約のスラックを含めなくても良いと考えたときの) 効率値を示すことができる⁶。

3. 数値例による考察

刀根 [6] の東京都立図書館のデータの一部 (東京 23 区中、人口の少ない 11 区) を用いて数値実験を行う。入力項目として、床面積、蔵書数、職員数、図書館費、人口の 5 項目、出力項目として、登録者数、貸出冊数の 2 項目を用いて計算した S 効率値、T 効率値、D 効率値を表 3 に示す。

S 効率値、T 効率値は $w_{xi} = \frac{1}{x_{io}}$ 、 $w_{yi} = \frac{1}{y_{io}}$ として計算した。この理由は次の二つである。

- (1) データがすべて正であり、かつ単位の不変性を保つことができる。
- (2) 両効率値が基準化したスラック値 $\frac{s_{xi}^*}{x_{io}}$ 、 $\frac{s_{yi}^*}{y_{io}}$ を含むことになり、比較の考察を行いやすい。

⁵LP のプログラムを用いて双対問題を解くと、目的関数が重み付けスラックの最大化を目指すため、できるだけ主問題の変重ウェイトは小さくなるように向かうこと、また線形計画問題では端点を解として選択することから第 2 段階の (28) 式的双対解として、 χ^{V*} が通常、得られる。したがって、双対問題で解けば、第 3 段階をしなくても通常の場合には良いと思われるが、理論上は第 3 段階で定義する必要がある。

⁶ここでの議論は出力スラックがない 1 出力での数値例および図解であるので解釈には注意が必要である。しかし、出力も含めて議論する場合にも、図解するのは難しいが、(26) 式を用いて同様に解釈することができる。

表 3 : 効率性尺度

	S 効率値 [†]	T 効率値 [‡]	D 効率値	$\frac{S \text{ 効率値}}{D \text{ 効率値}}$	$\frac{T \text{ 効率値}}{D \text{ 効率値}}$
千代田区	0.333	0.282	0.352	0.945	0.801
中央区	0.735	0.576	0.896	0.820	0.643
台東区	0.459	0.450	0.630	0.728	0.713
荒川区	0.709	0.623	0.751	0.945	0.829
港区	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
文京区	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
墨田区	0.725	0.615	0.743	0.976	0.828
渋谷区	0.656	0.570	0.697	0.940	0.817
目黒区	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
豊島区	0.747	0.639	0.816	0.915	0.783
新宿区	0.641	0.595	0.669	0.958	0.889
平均	0.728	0.668	0.778	0.930	0.846

$$\dagger \text{ S 効率値 : } \eta^* = \theta^* - \frac{1}{\chi^{V*}} \cdot \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_{xi}^*}{x_{io}} + \sum_{i=1}^s \frac{s_{yi}^*}{y_{io}} \right)$$

$\ddagger$ T 効率値 :

$$\tau^* = \left(\theta^* - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{xi}^*}{x_{io}} \right) / \left(1 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{s_{yi}^*}{y_{io}} \right)$$

また、D 効率値は数値誤差を避けるためにウェイトの最小値はすべて 0 として計算した。したがって、D 効率値は入力の一律削減率に等しい。

表 3 で用いた基準化後のスラック $\frac{s_{xi}^*}{x_{io}}, \frac{s_{yi}^*}{y_{io}}$ と χ^{V*} の値を表 4 に示す⁷。

まず、大きな特徴として、S 効率値は、T 効率値よりも大きくなる。S 効率値と T 効率値を比べると、中央区と豊島区は、 χ^{V*} が入力数 m や出力数 s よりも大きく、しかも基準化後のスラックの合計が大きいいため、差が大きくなっている。また、墨田区はスラックの合計はあまり大きくないものの、 χ^{V*} が極めて大きいいため、差が出ている。一方、台東区は χ^{V*} が m と同じ値を示しているため、あまり差が出ていない。

次に、D 効率値との比をみってみる。平均値を比べると、S 効率値が 0.930、T 効率値が 0.846 というように、大きな差が出ている。さらに、最小値を比べると、S 効率値が台東区の 0.728 に対し、T 効率値は中央区の 0.643 となっている。これは S 効率値がスラックを考慮するときも、その DMU にとってできるだけ有利になるように評価しているからである。また、T 効率値は入出力のスラックが比で影響を与えるため、入出力数が多いとその影響が S 効率値に比べて大きく出やすいと考えられる⁸。

⁷ 効率的な DMU の χ^{V*} の値は意味がないので、誤解を避けるために空欄にする。

⁸ 2 入力 (蔵書数、職員数)、2 出力の場合、D 効率値に対する S 効率値の平均比は 0.955、T 効率値の平均比は 0.907 と

表 4 : 基準化後のスラック $\frac{s_{xi}^*}{x_{io}}, \frac{s_{yi}^*}{y_{io}}$ と χ^{V*} の値

DMU	入力項目				
	床面積	蔵書数	職員数	図書館費	人口
千代田区	0.000	0.077	0.000	0.164	0.000
中央区	0.542	0.475	0.076	0.000	0.000
台東区	0.175	0.000	0.059	0.143	0.104
荒川区	0.199	0.049	0.140	0.000	0.000
港区	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
文京区	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
墨田区	0.231	0.201	0.000	0.094	0.112
渋谷区	0.101	0.000	0.138	0.000	0.177
目黒区	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
豊島区	0.351	0.000	0.039	0.284	0.210
新宿区	0.143	0.000	0.055	0.047	0.128

DMU	出力項目		合計	χ^{V*} の値
	登録者数	貸出冊数		
千代田区	0.000	0.155	0.397	20.30
中央区	0.000	0.354	1.446	8.96
台東区	0.376	0.000	0.857	5.00
荒川区	0.163	0.000	0.550	13.25
港区	0.000	0.000	0.000	
文京区	0.000	0.000	0.000	
墨田区	0.000	0.000	0.638	35.59
渋谷区	0.000	0.156	0.572	13.72
目黒区	0.000	0.000	0.000	
豊島区	0.000	0.000	0.884	12.79
新宿区	0.000	0.000	0.372	13.10

4. スラックを考慮したクロス効率値

DEA において、DMU の特徴を探ることや D 効率的な DMU の順序づけなど、D 効率値とは違う側面から効率性を評価することができる別の方法として、Sexton, Silkman and Hogan [5] によって提案されたクロス効率値 (Cross-Efficiency) がある。(24) 式により、S 効率値を求めることができるので、そのときのウェイトを用いてクロス効率値も計算することができる。DMU o を対象にして求められたウェイト $v^{(3)*}, u^{(3)*}$ を用いた DMU j のクロス効率値 ν_{jo}^* は (32) 式で示すことができる。ここで、 $X_j \in R^m, Y_j \in R^s$ は DMU j の入力、出力値を表す。

$$\nu_{jo}^* = \frac{Y_j^T u_o^{(3)*}}{X_j^T v_o^{(3)*}} \quad (j = 1, \dots, n \text{ and } o = 1, \dots, n) \quad (32)$$

り、差が小さくなる。

表5：スラック調整済クロス効率値 (下線部は、S効率値を示す)

	対象 DMU o											
	千代田区	中央区	台東区	荒川区	港区	文京区	墨田区	渋谷区	目黒区	豊島区	新宿区	
	[最小値, 最大値]				[最小値, 最大値]				[最小値, 最大値]			
千代田区	<u>0.333</u>	0.289	0.196	0.272	[0.206, 0.352]	[0.235, 0.352]	0.263	0.242	[0.089, 0.352]	0.245	0.243	
中央区	0.761	<u>0.735</u>	0.472	0.584	[0.339, 0.885]	[0.395, 0.896]	0.735	0.433	[0.221, 0.896]	0.442	0.439	
台東区	0.419	0.412	<u>0.459</u>	0.510	[0.328, 0.531]	[0.274, 0.583]	0.418	0.463	[0.331, 0.630]	0.451	0.458	
荒川区	0.609	0.636	0.593	<u>0.709</u>	[0.476, 0.655]	[0.477, 0.751]	0.515	0.603	[0.432, 0.751]	0.594	0.600	
港区	1.000	0.905	0.604	0.620	<u>1.000</u>	[0.509, 1.000]	1.000	1.000	[0.217, 1.000]	1.000	1.000	
文京区	1.000	1.000	0.716	1.000	[0.699, 1.000]	<u>1.000</u>	0.742	0.881	[0.464, 1.000]	0.873	0.879	
墨田区	0.655	0.630	0.603	0.620	[0.440, 0.743]	[0.453, 0.672]	<u>0.725</u>	0.560	[0.502, 0.743]	0.563	0.563	
渋谷区	0.533	0.522	0.452	0.401	[0.481, 0.697]	[0.306, 0.610]	0.563	<u>0.656</u>	[0.234, 0.697]	0.654	0.653	
目黒区	1.000	1.000	1.000	1.000	[0.810, 1.000]	[0.718, 1.000]	1.000	1.000	<u>1.000</u>	1.000	1.000	
豊島区	0.652	0.611	0.620	0.606	[0.537, 0.816]	[0.436, 0.749]	0.754	0.754	[0.452, 0.816]	<u>0.747</u>	0.751	
新宿区	0.568	0.543	0.483	0.477	[0.499, 0.669]	[0.380, 0.631]	0.610	0.643	[0.272, 0.669]	0.638	<u>0.641</u>	

このクロス効率値をスラック調整済クロス効率値 (Slack Adjusted Cross-Efficiency) と呼ぶ。3節のデータを用いたスラック調整済クロス効率値の数値例を表5に示す。ここで、港区、文京区、目黒区は効率的になるので、通常のクロス効率値と同様に一意に決まらない。しかし、スラックがないので、枇々木 [2, 3] の修正クロス効率値と同じになる。効率的な3区に対しては修正クロス効率値の最小値と最大値を示す。

従来のクロス効率値はスラックを考慮しないD効率値が対角要素となるため、それがクロス効率値の中で最大になるが、スラック調整済クロス効率値では、必ずしも対角要素 (S効率値) が最大になるとは言えない。さらに、S効率値は必ずD効率値よりも小さいか同じであるが、スラック調整済クロス効率値は従来のクロス効率値よりも小さいとは限らない。

ところで、スラック調整済クロス効率値を用いて評価を行う場合、従来のクロス効率値の評価法 [4] をそのまま用いることができる。

5. おわりに

本研究では、CCRモデルで効率性を評価するための計算法である2段階の線形計画問題を利用して、スラックを考慮しつつ、入出力の可変ウェイト v , u との関連で説明することも可能な新しい効率性尺度 (S効率値) を提案した。刀根によって、スラックを考慮した効率値として提唱されているT効率値との比較を数値例により行った。さらに、S効率値は可変ウェイトによって記述できることを利用して、スラックを考慮したクロス効率値も提案した。T効率値に比べ、求められる効率値がウェイトも含めてDEAの定式化から十分に説明が可能であるという特徴を持つことが有効

な点であると考えている。今後の課題として、実際の適用例により、S効率値の妥当性を検討する必要がある。

参考文献

- [1] A.Charnes, W.W.Cooper and E.Rhodes : Measuring the efficiency of decision making units, *E.J.O.R.*, Vol.2(1978), pp.429-444.
- [2] 枇々木規雄 : DEAにおける修正クロス効率値による評価法, 「評価のOR」研究部会, 1994.
- [3] 枇々木規雄 : DEAにおける修正クロス効率値を一つに決める方法, 慶應義塾大学理工学部管理工学科テクニカルレポート, No.95004(1995).
- [4] 枇々木規雄 : DEAにおけるクロス効率値を用いた評価法, 慶應義塾大学理工学部管理工学科テクニカルレポート, No.95005(1995).
- [5] T.R.Sexton, R.H.Silkman and A.J.Hogan : Data Envelopment Analysis : Critique and Extensions, R.H.Silkman(ed.), *Measuring Efficiency : An Assessment of Data Envelopment Analysis*, Jossey Bass, San Francisco, 1986, pp.73-105.
- [6] 刀根薫 : 企業体の効率的分析手法 -DEA入門 - (1)-(5), *オペレーションズ・リサーチ*, Vol.32, No.12(1987) / Vol.33, No.1-4(1988).
- [7] 刀根薫 : 経営効率性の測定と改善 -包絡分析法DEAによる-, 日科技連, 1993.
- [8] K.Tone : An ϵ -Free DEA and a New Measure of Efficiency, *J.O.R.S.J.*, Vol.36, No.3(1993), pp.167-174.
- [9] 刀根薫 : DEAのモデルをめぐって - 再論 -, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol.40, No.12(1995).