

小企業の EL 推計における業歴の有効性

尾木 研三^{†*} 戸城 正浩[†] 枇々木 規雄^{**}

Abstract

金融機関経営にとって、Expected Loss(EL)を適切に推計することは重要である。EL は Probability of Default(PD)×Loss Given Default(LGD)で計算する。PD と LGD は EL 推計に必須のファクターであり、これらを個別に推計するモデルの研究はさまざま行われている。ただ、金融機関の多くは、PD はモデルを使って推計しているのに対し、LGD は過去の実績値を一律に当てはめている。したがって、個々の企業の PD と LGD に相関がある場合、与信ポートフォリオの格付構成比が悪化したときに EL が過小評価される危険性がある。

先行研究をみると、小企業の場合、個々の企業の PD と LGD には正の相関がある可能性が高い。尾木・戸城・枇々木(2014)は、業歴は経営者の個人資産額の代理変数となっており、業歴が長い企業ほど経営者の個人資産額が多いため、デフォルト率が低くなることを示している。さらに、尾木ら(2015)は業歴が長い企業ほど経営者の個人資産額が多いので、デフォルト後の回収率が高く(LGD が低く)なることを明らかにしている。このように、小企業は経営者の個人資産額が PD や LGD に影響を与えるため、業歴が長い企業ほど PD が低く、LGD も低くなるという正の相関があると推測される。しかし、個々の企業の PD と LGD の相関について検証した研究はわれわれの知る限り存在しない。

そこで、本研究では㈱日本政策金融公庫国民生活事業本部が保有する約 63 万社の小企業のデータを用いてこの仮説を検証した。その結果、担保付融資については相関がなかったが、無担保無保証融資については正の相関があり、この相関は業歴を共通ファクターとする疑似相関であることも明らかになった。さらに、業歴を使って EL を推計するシングルファクターモデルを構築したところ、業歴だけでもおよそその EL を推定できることがわかった。

1 はじめに

金融機関は、EL (Expected Loss: 期待損失) をもとに金利の設定や貸倒引当金の見積もりなどを行っている。したがって、EL を適切に推計することは、信用リスク管理部門の最も重要な業務であるといっても過言ではない。EL は PD (Probability of Default : デフォルト確率) × LGD (Loss Given Default : デフォルト時損失率) で定義される¹。そのため、EL を計算するために必要な PD や LGD を推計する方法についての研究はさまざま行われている。

国内の研究だけでも、PD 推計に関する研究として、白田(2003)は 1992 年から 2000 年の 9 年間の帝国データバンクのデータを用いて企業倒産予知モデルを構築している。森平・岡崎(2009)は上場企業の財務データと景気動向指数や日経平均株価、原油価格などを用いて、マクロファクターを加味した期間構造型の信用スコアリングモデルを提案している。枇々木・尾木・戸城(2010)は、小企業向けのスコアリングモデルに業歴別デフォルト率を定式化した 3 次関数を変数に加えると AR 値が向上することを示している。また、枇々木ら(2012)は、小企業の PD モデルのマクロファクターとして前月のデフォルト率を変

[†] ㈱日本政策金融公庫国民生活事業本部リスク管理部, E-mail: ogi-k@jfc.go.jp (本稿で示されている内容は、筆者たちに属し、日本政策金融公庫としての見解をいかなる意味でも表さない。)

* 慶應義塾大学大学院理工学研究科

** 慶應義塾大学理工学部管理工学科

¹ PD×LGD×EAD(Exposure at Default)で定義される場合もある。

数に加えると、景気変動の影響を考慮できることを示している。山下・三浦(2011)は、信用スコアリングモデルの評価方法について詳細な分析と評価を行っている。このほかにも多数の研究があり、成果も上がっている。推計精度の向上を背景に、今やほとんどの金融機関がモデルを使用して PD を推計している。

また、LGD もしくは回収率の推計に関する研究として、森平(2009)は、回収率を 0%、0%超 100%未満、100%の三つにカテゴリー化してモデルを構築し、各カテゴリーの回収率の推計値に生起確率を乗じた値を合計して推計回収率を算出する方法を提案した。伊藤・山下(2008)は信用保証協会のデータを用いて、回収率を 0%かそれ以外でカテゴリー化した 2 項ロジットモデルを構築し、回収率に影響を与える要因として、デフォルト以前の財務指標や業種などが有効であることを明らかにしている。さらに、順序ロジットモデルを使って回収率の大きさを決定する要因を分析し、担保の有無や負債に関する財務指標が有意であることを示している。

三浦・山下・江口(2010)は金融機関のデータを用いて、回収率を推定するためにロジスティック回帰モデルを構築し、経過時間、担保カバー率、保証カバー率が有意であることを述べている。川田・山下(2012)は、LGD の推計には担保、保証、貸出規模が重要であり、PD モデルと多段階モデルによる LGD モデルを組み合わせた EL 推計モデルを提案し、推計精度の向上が期待できることを述べている。

今井・尾藤(2014)は、日本リスクデータバンクのデータを使用して、Gamma 回帰による回収額推計モデルを提案している。尾木・戸城・枇々木(2015)は、小企業向け回収率モデルの有効性について示している。以上のように、LGD 推計に関する研究もさまざま行われているが、PD 推計に関する研究に比べて歴史が浅く、課題も残されている。しかも、小企業に対する融資には担保や保証を付けることが多く、LGD が実質 0 に近いこともあって、モデルを実務で使用している金融機関は少ない。

PD はモデルを使って個別企業ごとに推計する一方で、LGD は一定の値をすべての企業に一律に当てはめると、個別企業の PD と LGD に正の相関がある場合、与信ポートフォリオの格付構成比が悪化したときに EL を過小評価する危険性がある。

PD と LGD の相関についての先行研究をみると、バーゼル銀行監督委員会の指摘もあり、景気が悪化したときに与信ポートフォリオ全体の PD と LGD の相関が EL に与える影響についての研究は盛んに行われている。Altman et al.(2002)は、PD の観測値である DR(Default Rate)と LGD の相関を時系列で分析し、景気後退期は与信ポートフォリオの DR が上昇するとともに、回収率も低くなる(LGD が高くなる)ことを明らかにしている。ムーディーズ・インベスターズ・サービス(2011)も、与信ポートフォリオの DR と LGD は正の相関関係にあることを確認している。一方で、Hurt and Felsovalyi(1998)、Witzany(2011)は、DR と LGD の相関が統計的に有意にはならなかったことを示している。

ただ、与信ポートフォリオの構成が変化したときに個々の企業の PD と LGD の相関が EL に与える影響について分析した先行研究はわれわれの知る限り存在しない。個別企業の PD と LGD に注目した分析として、Grunert and Weber(2009)はドイツの大手金融機関から借り入れをしている 120 社の企業を分析し、PD の高い企業ほど LGD が大きくなるため、相関を考慮しないと信用リスクの過小評価を招く可能性があることを指摘している。

ただ、分析対象に大企業が含まれているうえ、分析内容も相関の算出にとどまっている。川田・山下(2012)は日本の銀行から融資を受けている企業のデータを用いて分析を行い、信用スコアリングモデルのスコアと LGD の相関がマイナスとなり、一般的な認識と異なる結果となったことを述べている。

以上のように、個別企業の PD と LGD の相関について分析した研究は少なく²、EL に与える影響について分析したものは、われわれの知る限り存在しない。さらに、小企業を対象にした分析は見当たらない。そこで、われわれはこの点について分析を行う。小企業の PD 推計モデルや LGD 推計モデルについて分析したわれわれの研究から推測すると、わが国の小企業においては、正の相関があると考えられる。たとえば、尾木・戸城・枇々木(2014)は、業歴は経営者の個人資産額の代理変数となっており、業歴が長い企業ほど経営者の個人資産額が多いため、デフォルト率が低くなる傾向があることを明らかにしている。さらに、尾木ら(2015)は業歴が長い企業ほど経営者の個人資産額が多くなるので、無担保無保証融資の回収率が高く（LGD が低く）なることを示している。

つまり、小企業は経営者の個人資産額が PD や LGD に影響を与えるため、業歴が長い企業ほど PD が低く、LGD も低くなるという、業歴を共通ファクターとする正の疑似相関があると推測される。そこで、本研究では日本政策金融公庫国民生活事業本部（以下、公庫という）が保有する約 63 万社の小企業のデータを使ってこの仮説を検証すると同時に、EL 推計における業歴の有効性を確認する。分析の結果、以下の 3 点が明らかになった。

- (1)個別企業の PD と LGD の相関は、担保付融資では確認できなかったが、無担保無保証融資においては正の相関があることがわかった。
- (2)業歴の影響を取り除いた DR と LGD の残差に相関がないことから、業歴を共通ファクターとする疑似相関であることが明らかになった。
- (3)業歴を使って EL を推計するシングルファクターモデルを構築して精度を検証した結果、EL と実際の損失率に大きな差は見られなかった。業歴だけでもおおよその EL を推定できることがわかり、EL 推計においても業歴は有効なファクターであることがわかった。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 章で PD と LGD の相関について分析し、第 3 章で PD と LGD の共通ファクターが業歴であることを確認する。第 4 章では、EL 推計における業歴の有効性を調べるため、業歴を使って EL を推計するシングルファクターモデルを構築してその精度を検証する。第 5 章でまとめと今後の課題を述べる。

2 PD と LGD の相関の確認

本章では、小企業において、個々の企業の PD と LGD に相関があるかどうかを確認する。具体的には、公庫が 2004 年度から 2012 年度に融資した約 63 万社のデータを用いて、PD の観測値である DR と LGD の相関を調べる。その際、尾木ら(2015)の研究で担保が付いている債権と無担保無保証の債権とでは LGD の決定要因が異なることを示していることを踏まえ、分析は担保付融資と無担保無保証融資に分けて行う。また、わが国では債権回収は数年かけて行われることを考慮し、LGD はデフォルト後 1 年間、2 年間、3 年間の

² バーゼル銀行監督委員会は与信ポートフォリオの PD と LGD に相関があるため、景気後退期に EL が過小評価される可能性を指摘している。景気後退期の PD と LGD の相関については補論を参照してほしい。

3種類のデータを使用する。分析の結果、担保付融資については相関が確認できなかったが、無担保無保証融資については、DRの高いカテゴリーほどLGDも高くなるという正の相関が確認できた。

2.1 使用データとDRおよびLGDの定義

公庫は約93万社の企業に事業資金を融資している。融資先の約90%が従業員数9人未満の小企業で、法人企業だけではなく個人企業にも融資している。本分析では、表1のとおり、公庫が2004-2012年度に融資した約63万社の法人企業のデータを使用した。担保付き融資は約11万社、無担保無保証融資は約51万社である。

表1 使用データ

融資年度	デフォルト年度	デフォルト後 経過1年LGD	デフォルト後 経過2年LGD	デフォルト後 経過3年LGD	担保付 債権数	無担保無保証 債権数
2012	2013				18,464	58,503
2011	2012	2013			9,429	57,402
2010	2011	2012	2013		12,603	77,700
2009	2010	2011	2012	2013	13,787	86,221
2008	2009	2010	2011	2012	11,421	75,474
2007	2008	2009	2010	2011	10,176	63,670
2006	2007	2008	2009	2010	10,638	45,608
2005	2006	2007	2008	2009	13,450	30,784
2004	2005	2006	2007	2008	14,680	19,108
合計					114,648	514,470

t年度のDRの定義は式(1)のとおりである。t-1年度に融資した債権のうちt年度にデフォルトした債権数を分子として計算している。たとえば、2010年のデフォルト率は、2009年度に融資した企業のうち、2010年度中にデフォルトした企業の割合である。ここで、分母にはt-1年度にデフォルトした債権、つまり、2009年度中にデフォルトした債権は含んでいないことに注意してほしい。

$$DR(t) = \frac{D(t)}{ND(t) + D(t)} \quad (1)$$

また、LGDはデフォルト年度末の残高金額を分母、デフォルト年度後に回収した τ 年間での回収金額を分子として計算した回収率(Recovery Rate:RR)を1から引いたものである。企業iの累積回収率 $RR_i(\tau)$ は式(2)のとおり、回収期間を τ 期間とすると、デフォルト時($t=0$)の企業iの債権残高(EAD_i)に対するそれ以降の τ 期間の回収金額(CF_i)の割合で定義する。たとえば、2013年度の累積3年LGDとは、2009年度に融資して2010年度にデフォルトした債権の残高のうち、2013年度末時点で回収できていない債権金額の割合となる。ここで、債権残高(EAD_i)はデフォルト時点の元本とする。分子のキャッシュフローについては、時間価値や回収コストなどを考慮すべきであるが、適切な割引率の決定や回収コストの算出については課題も多く、会計との親和性を考えて元本回収額とする。また、ランクアップした債権は除外する。

$$LGD_i(\tau) = 1 - RR_i(\tau) = 1 - \frac{CF_i(\tau)}{EAD_i} \quad (2)$$

2.2 分析手順

2004 年度から 2006 年度までは、無担保無保証融資の債権数が少ないため、2007 年度から 2011 年度に融資した企業のデータを使用する。分析手順は以下のとおりである（図 1 参照）。

- ① 公庫が使用している信用スコアリングモデルを使って全企業のスコアを算出する。
- ② デフォルト企業を抽出し、スコアの高い順に並べてから 16 等分し、1～16 のグループをつくる。
- ③ 各グループの最低スコアを閾値にして、非デフォルト企業を各グループに割り当てる。
- ④ 各グループの DR と LGD を算出する。
- ⑤ LGD を非説明変数、DR を説明変数として単回帰モデルを構築し、 R^2 と係数の符号を確認する。

①	債権番号	0001	0002	0003	0004	...	999	1000
	クレジットスコア	56.4	82.5	45.8	32.6	...	76.1	63.2
	状態	Default	Non-Default	Non-Default	Default	...	Non-Default	Non-Default
↓	グループ	1	2	...	16			
②	デフォルト債権数	525	525	...	525			
↓	グループ	1	2	...	16			
③	クレジットスコアの閾値	90点以上	80点以上90点未満	...	20点未満			
	デフォルト債権数	525	525	...	525			
	非デフォルト債権数	73,750	49,925	...	6,079			
↓	グループ	1	2	...	16			
④	DR	0.8%	1.1%	...	8.6%			
	LGD	82.5%	85.0%	...	96.2%			
↓	⑤	$LGD = \alpha + \beta (DR)$						

図 1 分析の手順

2.3 分析結果

2007 年度から 2009 年度に融資した企業のデータを使い、DR とデフォルト後経過 3 年 LGD の散布図を作成し、 R^2 を算出した。結果を図 2 に示す。 R^2 は 0.1 以下であり、相関は確認できなかった。

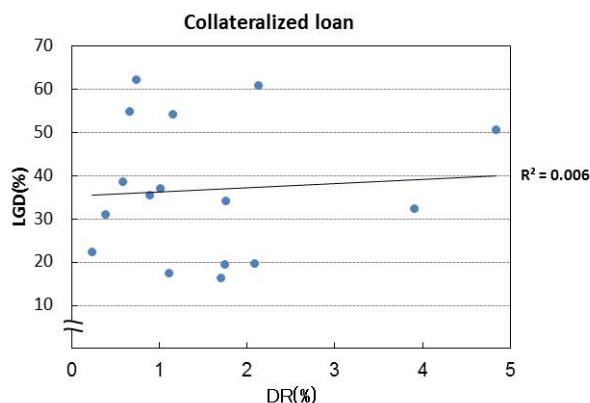


図 2 担保付融資の DR と LGD の関係

さらに詳しく調べるために、2007年度から2011年度の各年度について、DRとデフォルト後1年間から3年間のLGDで回帰したときのR²を表2に示す。ほぼすべてのカテゴリで相関が0付近にあり、相関は確認できない。川田・山下(2012)は、信用リスクの高い企業ほど担保や保証などの保全割合が高いことを述べている。また、実務的にも担保付融資の回収率は、担保価値で決定されるといわれており、企業の信用度と相関がないことは妥当な結果といえる。

表2 担保付融資のR²

融資年度	デフォルト年度	デフォルト後 経過1年LGD	デフォルト後 経過2年LGD	デフォルト後 経過3年LGD	担保付 債権数
07-11	08-12	0.02	0.07	0.02	58,503
2011	2012	-0.08			57,402
2010	2011	0.00	0.00		77,700
2009	2010	0.00	0.01	0.00	86,221
2008	2009	0.01	0.00	0.02	75,474
2007	2008	0.01	0.04	0.03	63,670

次に、無担保無保証融資のDRとデフォルト後経過3年LGDの散布図を図3に示す。R²は0.82でDRが高いほどLGDが高くなっており、高い正の相関が確認できる。

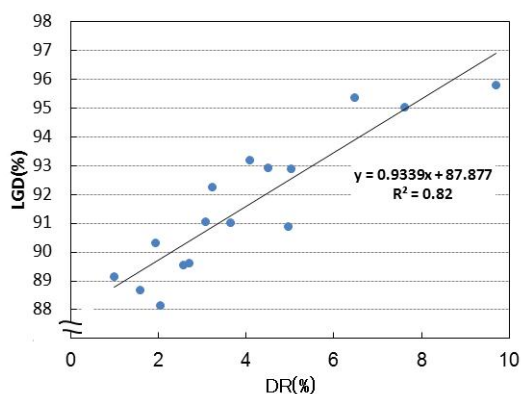


図3 無担保無保証融資のDRとLGDの関係

さらに、2007年度から2011年度の各年度について、DRとデフォルト後経過1年から3年LGDで回帰したときのR²を表3に示す。2007年度から2011年度までを合計したカテゴリで0.82~0.83と高い相関が確認できる。年度別にみても、2008年度貸付のDRとデフォルト後経過1年LGDの回帰係数以外はすべて5%水準でt値が有意になった。デフォルト後経過2年LGD、3年LGDとDRとの相関は0.41~0.76の水準にあり、年度別にみても正の相関を確認することができる。信用リスクの低い企業ほどデフォルト後に残った資産が多いことが背景にあると考えられる。以上の分析から、仮説通り、無担保無保証融資については、PDとLGDとの間に正の相関があることがわかった。

表 3 無担保無保証融資の R²

融資年度	デフォルト年度	デフォルト後 経過1年LGD	デフォルト後 経過2年LGD	デフォルト後 経過3年LGD	無担保無保証 債権数
07-11	08-12	0.83 (8.23)	0.82 (7.99)	0.82 (7.91)	58,503
2011	2012	0.33 (2.61)			57,402
2010	2011	0.27 (2.26)	0.41 (3.13)		77,700
2009	2010	0.48 (3.60)	0.42 (3.16)	0.44 (3.33)	86,221
2008	2009	0.17 (1.70)	0.43 (3.22)	0.60 (4.60)	75,474
2007	2008	0.65 (5.13)	0.76 (6.72)	0.76 (6.68)	63,670

注 かつこ内はt値。

2.4 PD と LGD の相関が EL に与える影響

本項では PD と LGD の相関が、EL 推計に与える影響についてシミュレーションする。表 4 は無担保無保証融資の格付構成比が悪化したときに、相関を考慮した場合の EL と考慮しなかった場合の EL を算出したものである。

格付は、前項で使用した 1～16 のグループを置き換え、PD はそれぞれのグループの実績 DR を用いた。格付構成比は、構成比変化前から構成比変化後に悪化するように任意の値を置いている。相関を考慮した LGD はそれぞれの格付の実績 LGD を使用し、相関を考慮しない LGD は、1 格から 16 格まで一律の LGD を使用した。一律の LGD は、格付構成比悪化前の EL が、相関を考慮した場合としない場合とで同じになるように計算している。

シミュレーションの結果、構成比が悪化する前の EL はどちらも 2.5% であるが、悪化すると、相関を考慮した場合は 4.1% であるのに対し、相関を考慮しない場合は 4.0% と 0.1% の過小評価となった。格付構成比の悪化の程度によって影響の大きさが変わるので評価は難しいものの、無担保無保証融資のポートフォリオ管理においては、少なくとも PD と LGD の相関を考慮することが望ましいことがわかる。

表 4 格付構成比が悪化したときの PD と LGD の相関が与える EL の影響 (例)

格付	PD	格付構成比		相関考慮		相関考慮なし	
		悪化前	悪化後	LGD	EL	LGD	EL
1	0.8%	10.0%	2.5%	84.9%	0.4%	89.5%	0.5%
2	1.4%	10.0%	2.5%	84.9%	0.7%	89.5%	0.8%
3	1.7%	10.0%	2.5%	86.7%	0.9%	89.5%	0.9%
4	1.8%	10.0%	2.5%	85.1%	0.9%	89.5%	1.0%
5	2.2%	7.5%	5.0%	86.8%	2.3%	89.5%	2.4%
6	2.4%	7.5%	5.0%	86.9%	2.5%	89.5%	2.7%
7	2.6%	7.5%	5.0%	88.2%	2.8%	89.5%	2.9%
8	2.9%	7.5%	5.0%	89.2%	3.2%	89.5%	3.3%
9	3.3%	5.0%	7.5%	88.7%	5.3%	89.5%	5.5%
10	3.6%	5.0%	7.5%	92.1%	6.0%	89.5%	6.0%
11	4.0%	5.0%	7.5%	91.2%	6.6%	89.5%	6.7%
12	4.6%	5.0%	7.5%	89.8%	7.5%	89.5%	7.7%
13	5.0%	2.5%	10.0%	91.0%	11.0%	89.5%	11.1%
14	6.2%	2.5%	10.0%	93.6%	14.0%	89.5%	13.8%
15	7.1%	2.5%	10.0%	94.1%	16.0%	89.5%	15.7%
16	8.6%	2.5%	10.0%	95.0%	19.8%	89.5%	19.1%
Total	3.6%	100.0%	100.0%	89.5%	4.1%	89.5%	4.0%

注: 格付構成比(前)のときのELは2.5%である。

3 PD と LGD の共通ファクターが業歴であることの検証

前章の分析によって無担保無保証融資の PD と LGD には正の相関があることがわかった。10 年ほど前から、金融機関は少しずつ無担保無保証融資を増やしており、適切に EL を推計するには PD と LGD の相関を考慮する必要がある。それには、PD と LGD の共通ファクターをモデルの変数に取り入れることが有効である。

共通ファクターは PD と LGD の両方に影響を与える変数であり、自己資本比率や現預金額などさまざまな変数が候補となりうる。尾木ら(2014,2015)の研究をみると、小企業の場合は PD モデルも LGD モデルも経営者の個人資産の代理変数となっている業歴が変数として使用されている。小企業は資産規模が小さいので、経営者の個人資産額が経営に与える影響は大きい。したがって、業歴が共通ファクターとなっている可能性が高い。

本章ではこの仮説を検証する。具体的には、業歴別 DR と業歴別 LGD を定式化し、業歴の影響を取り除いた残差の相関を検証する。残差に相関がなければ、PD と LGD の相関は業歴を共通ファクターとする疑似相関ということになる。

尾木ら(2014)は業歴別 DR が 3 次関数で記述できることを示したが、無担保無保証融資の業歴別 DR が 3 次関数で示せるかどうかは明らかにしていない。そこで、無担保無保証融資を対象に、3.1 節で業歴別 DR を、3.2 節で業歴別 LGD を定式化したあと、3.3 節で残差に相関があるかどうかを検証する。

3.1 業歴別デフォルト率の定式化

尾木ら(2014)は、業歴別デフォルト率が 3 次関数で示せることを業種別や規模別などの切り口で検証しているが、担保の有無など保全の種類別では検証していない。したがって、無担保無保証融資の業歴別 DR が 3 次関数であるかどうかは明らかではない。

そこで、本節では、尾木ら(2014)の手順に従って無担保無保証融資の業歴別 DR の定式化を試みる。分析の結果、表 5 のとおり、3 次関数以上でも自由度修正済み R² (以下、修正 R²) は大きく向上しない。尾木らと同様に、無担保無保証融資の DR も 3 次関数で表現できることがわかった。

表 5 無担保無保証融資の業歴別デフォルト率の関数の修正 R²

	1次	2次	3次	4次	5次	6次
修正R ²	0.386	0.685	0.810	0.816	0.827	0.843

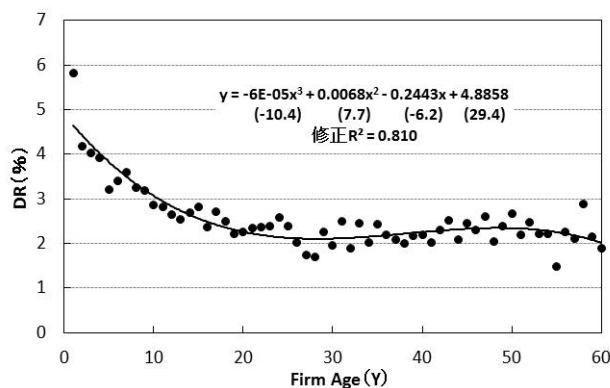


図 4 無担保無保証融資の業歴別デフォルト率

3.2 業歴別 LGD の定式化

次に業歴別 LGD を定式化する。尾木ら(2015)は無担保無保証融資の回収率を推計するモデルの変数として業歴の年数が有効であることを示したが、業歴の年数を変数としているだけで、業歴別 LGD の定式化までは行っていない。

業歴別 LGD を算出するには、まずデフォルト後の経過期間を決める必要がある。そこで、デフォルトデータが比較的多い 2007 年度から 2009 年度のデータを使ってデフォルト後経過 1 年 LGD から 3 年 LGD の業歴別 LGD を線形関数で当てはめたときの修正 R²を図 5 に示す。1 年 LGD に比べて 2 年 LGD の値は大きく低下している。2 年 LGD に比べて 3 年 LGD は値の水準に大きな差はないが、修正 R²は 0.5958 から 0.6501 に向上している³。したがって、本研究ではデフォルト後経過 3 年 LGD のデータを用いて分析する⁴。

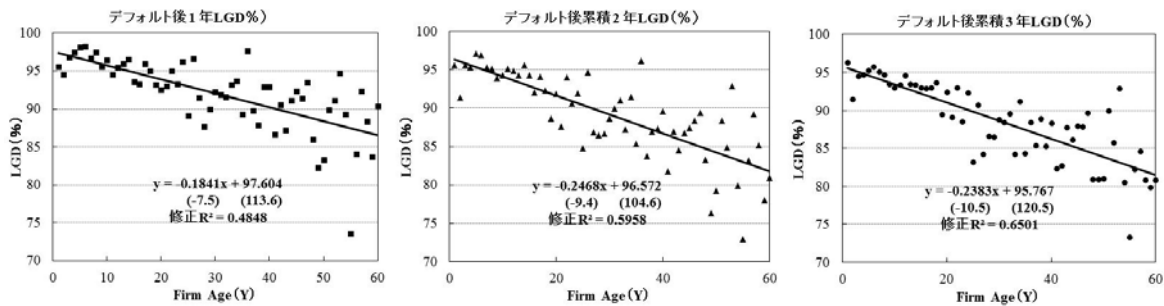


図 5 デフォルト後の累積年数別業歴別 LGD

3.3 残差の相関分析

業歴の影響を取り除いた PD と LGD の相関を確認するために、業歴別 DR と業歴別 LGD の残差の相関を確認する。具体的には、式(3)の業歴別 DR の残差 $\varepsilon_{DR,x}$ と、式(4)の業歴別 LGD の残差 $\varepsilon_{LGD,x}$ との相関を確認する。相関がなければ、PD と LGD は業歴を共通ファクターとする疑似相関ということになる。

$$y_{DR,x} = -6 \times 10^{-5}x^3 + 0.0068x^2 - 0.2443x + 4.8858 + \varepsilon_{DR,x} \quad (3)$$

$$y_{LGD,x} = -0.2383x + 95.767 + \varepsilon_{LGD,x} \quad (4)$$

残差同士の相関を分析する前に、業歴別 DR と業歴別 LGD の相関を確認しておく。結果を図 6 に示す。業歴別 DR は LGD の 3 次関数で示すことができ、R²も 0.4582 と一定の相関が確認できる。

³ LGD のサンプルはデフォルト企業であり、業歴 50 年を超えると 1 年あたりのサンプル数が 50 社を下回ることから分散が大きくなる。Breusch-Pagan テストおよび White テストを行った結果、分散均一の帰無仮説が棄却されるため、修正 R²の評価には注意を要するが、White の修正でも係数の t 値が有意になること、業歴 50 年までのデータでは 5%水準で帰無仮説が棄却されないことを確認しており、結論に大きな影響を与えないと考えられる。

⁴ 業歴別 LGD を 1 次から 6 次までの関数を当てはめたときの修正 R²を下表に示す。次数を上げてほとんど変わらない。業歴別 DR は 3 次関数で示すことができる一方で、業歴別 LGD は線形関数でよいと考えられる。

表 無担保無保証融資の業歴別 LGD の関数の修正 R²

	1次	2次	3次	4次	5次	6次
修正R ²	0.65	0.64	0.64	0.66	0.65	0.65

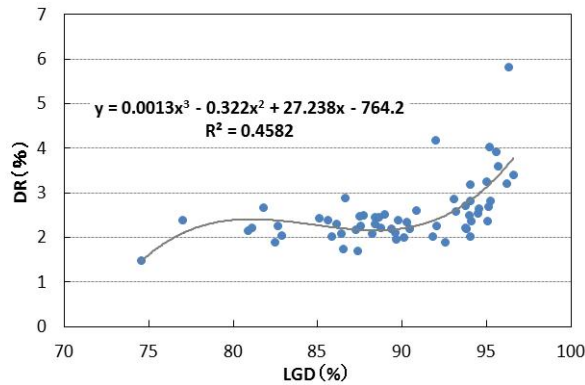


図 6 業歴ごとの DR と LGD の関係

次に、業歴の影響を取り除いたそれぞれの残差の関係を図 7 に示す。R²は 0.0229 と小さく、業歴の影響を取り除くと、PD と LGD の相関は確認できなかった。PD と LGD の相関は業歴を共通ファクターとする疑似相関であることが明らかになった。

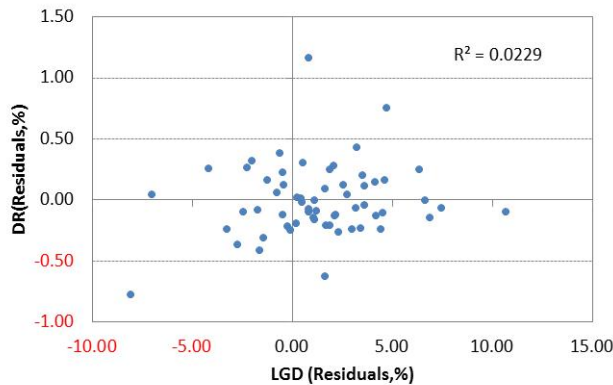


図 7 業歴の影響を取り除いた DR と LGD の残差の関係

4 EL 推計における業歴の有効性

これまでの分析で、個々の企業の PD と LGD は業歴を共通ファクターとする疑似相関であることがわかった。業歴が EL 推計に有効な変数であるとするれば、業歴だけでおおよその EL が推計できる可能性がある。そこで、本章では、業歴を使って EL を推計するシングルファクターモデルを構築し、モデルで推定した EL と実際の損失率の差を検証することによって業歴の有効性を確認する。

具体的には、まず、2007 年度から 2009 年度のデータを用いて各企業の EL を計算し、業歴別の EL を算出する。それを多項式関数によって定式化してシングルファクターモデルを構築する。次に、任意にサンプル企業を 500 社～2 万社抽出し、業歴だけで推計した EL（予想損失率）と実際の損失率との差を検証する。

4.1 業歴で EL を推計するシングルファクターモデルの構築

本節では業歴別 EL を定式化して業歴で EL を推計するシングルファクターモデルを構築する。具体的には業歴別 DR と業歴別 LGD（デフォルト後 3 年間）を乗じて業歴別 EL を算出し、関数形を選定する。EL は式(5)のとおりである。

$$EL = PD \times LGD$$

(5)

業歴別 DR が式(6)のとおり、業歴の 3 次関数で示すことができ、業歴別 LGD も式(7)のとおり、線形関数で示すことができるならば、EL は式(8)のように 4 次関数で表現できる⁵。ここで x は業歴、 i および j は次数である。

$$PD(3) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 = \sum_{i=0}^3 \alpha_i x^i$$

(6)

$$LGD(1) = \beta_0 + \beta_1 x = \sum_{j=0}^1 \beta_j x^j$$

(7)

$$EL(4) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^1 \alpha_i x^i \beta_j x^j = \sum_{k=0}^4 \eta_k x^k, \quad \text{ただし、} \eta_k = \sum_{t=\max(k-1,0)}^{\min(k,3)} \alpha_t \beta_{k-t}$$

(8)

以上を踏まえて、1 次関数から 4 次関数の当てはめを行った。結果を表 6 に示す。4 次関数のパフォーマンスが最も高くなった。図 8 のとおり、本研究では 4 次関数を採用する。

表 6 業歴別 EL の修正 R²

	1次	2次	3次	4次
修正R ²	0.473	0.728	0.831	0.835

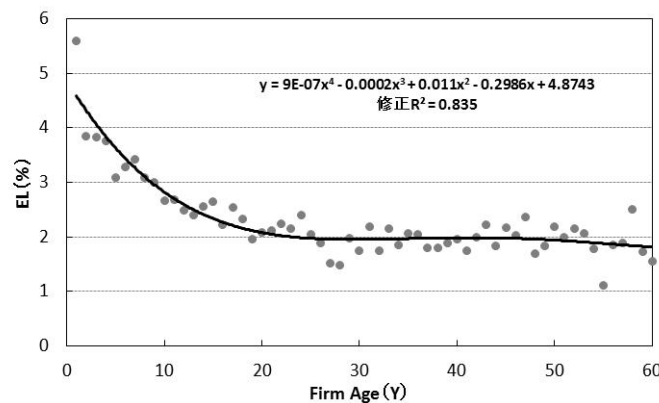


図 8 業歴別 EL (4 次関数)

4.2 推計精度の検証

本節ではシングルファクターモデルの推計精度を確認することによって、EL 推計における業歴の有効性を検証する。具体的には、表 7 のとおり、まず、2007 年度から 2009 年度に貸付した債権データからランダムにサンプル企業を抽出する。サンプル抽出は

⁵ 誤差項は省略している。

SAS.STAT のシングルランダムサンプリングを使用する。サンプル企業数は、100 社、300 社、500 社、1000 社、3000 社、5000 社、10000 社、20,000 社の 8 パターンとした。それぞれのパターンにつき 100 サンプル（合計 800 サンプル）ずつ抽出して実際の損失率を式(9)のとおり計算する。次に、シングルファクターモデルを用いて、表 7 の 2 列目の業歴だけで各サンプルの EL を算出し、実績の損失率との差の絶対値を算出する。

表 7 サンプルのイメージ

No	業歴	融資額	1年後の状態	1年後残高	EAD	回収金額
1	26	11,000	non-default	8,800		
2	11	15,000	default	12,000	12,000	1,000
3	35	5,000	non-default	4,000		
4	21	8,000	non-default	6,400		
5	18	35,000	non-default	28,000		
6	6	2,000	default	1,800	1,800	0
.
.
.
100	51	25,000	non-default	15,000		
Total		1,000,000		800,000	120,000	12,000

注: 100件のサンプルの場合。

$$\text{損失率} = (\text{EAD 合計額} - \text{回収金額合計額}) \div \text{貸付 1 年後残高合計額} \quad (9)$$

100 サンプルの差の絶対値の平均値と標準偏差を、サンプルサイズごとに算出した結果を図 9 に示す。サンプル企業数を増やしていくと徐々に差が小さくなる。損失率の平均値は 2.2%前後であるのに対し、サンプル企業数が 500 社では EL と実際の損失率との差が平均して 0.64%生じており、差はやや大きいといえる。ただ、サンプル企業数が 20,000 社になると、平均して 0.11%の差と小さくなる。標準偏差も 0.09%であり、業歴だけでもおよその EL が推計できる可能性がある。したがって、業歴は EL 推計においても有効なファクターであることが確認できた。

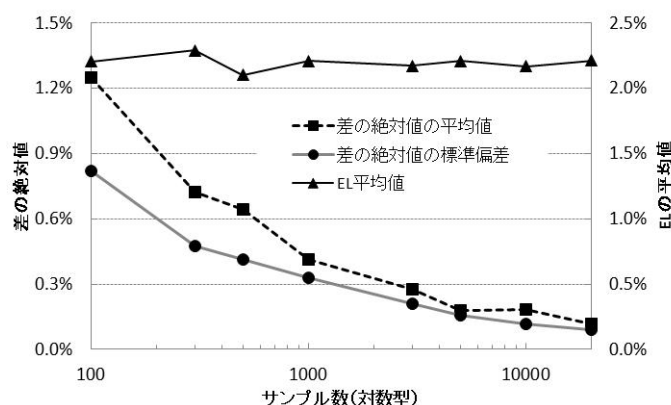


図 9 サンプル数別誤差の絶対値の平均値と標準偏差

5 まとめと今後の課題

これまで、わが国の金融機関は中小企業向け融資の大半に担保や保証を付けてきた。ELが低いため、PDとLGDの相関に注意を払う必要性が低く、このような実務の状況を背景に、個々の企業のPDとLGDの相関がEL推計に与える影響についての研究はほとんど行われてこなかった。ところが近年、無担保無保証融資のニーズの高まりとともに実績は着実に増えており、PDとLGDの相関に無関心ではいられなくなっている。そこで、本研究では、公庫が保有する約63万社の小企業のデータを使って分析を行った。その結果、PDとLGDに正の相関があることを確認した。また、この相関は業歴を共通ファクターとする疑似相関であり、業歴を使用することによっておおよそのELが推計できることが明らかになった。

本研究の成果について、実務面で期待される貢献は以下のとおりである。

- (1) LGDモデルを使用していない金融機関は、無担保無保証融資のELが過小評価となる可能性がある。
- (2) 相関を考慮したELを推計するにはPDモデルとLGDモデルの共通ファクターとして業歴を使用することが有効である。
- (3) 小企業の場合、業歴だけでもおおよそのELを推計できることは、PDモデルやLGDモデルを独自開発することが難しい中小の金融機関や事業会社などに、信用リスクの計量化を進めるうえで新たな可能性を拓くものと考えられる。

データが不足しており、時系列分析が不十分だった点は今後の課題であるが、本研究の成果は、無担保無保証融資を拡大させる金融機関に、多くの示唆を与えるものと思われる。金融機関だけではなく多くの企業において、EL推定の精度向上に貢献できれば幸いである。

補論 景気後退期における PD と LGD の相関

バーゼル銀行監督委員会は、与信ポートフォリオの PD と LGD の相関を考慮しないと景気後退期に EL が過小評価になる可能性があることを指摘している。Altman et al.(2002)やムーディーズ・インベスターズ・サービス (2011) も、景気後退期に PD が上昇すると LGD も上昇するという相関があることを示している。一方、尾木ら(2015)は LGD が景気の影響を受けないことを明らかにしている。

そこで、補論では景気後退期における PD と LGD の相関について確認するため、2005年度から2013年度の DR とデフォルト後経過1年 LGD から3年 LGD を用いて、景気との相関を調べる。結果を図10に示す。DR は2008年のリーマンショックの影響を受けて上昇しているが、LGD に大きな変化は見られない。DR を LGD で回帰したときの R^2 は、いずれも t 値が5%水準で有意にならなかった。

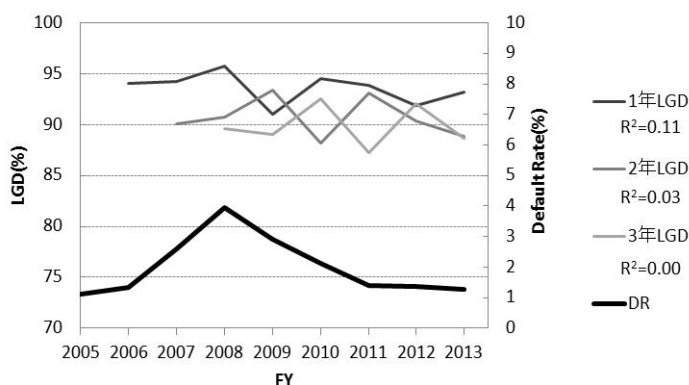


図10 DR と LGD の推移

さらに、別の角度から検証を加える。具体的には、業歴別 DR と業歴別 LGD が景気後退期と景気安定期で差があるかどうかを確認する。公庫の全国中小企業動向調査によると、小企業の業況判断 DI は2004年から2007年はほぼ横ばい、2008年ごろから DI が悪化している。内閣府経済社会総合研究所が設定している景気基準日付(2015)をみると、2008年1-3月期に景気の山がある。したがって、2007年度以前を景気安定期、2008年度以降を景気後退期と仮定し、それぞれのデータを用いて業歴別 DR と業歴別 LGD を算出する。その差を t 検定するとともに形状の変化を確認することによって、PD と LGD に相関があるかどうかを検証する。

まず、業歴別 DR について確認する。デフォルト年度が2005年度から2007年度の債権を使って景気安定期の業歴別 DR を算出すると同時に、2008年度から2010年度の債権を使って景気後退期の業歴別 DR を作成し、t 検定を行った。その結果、5%水準で有意な差があることが確認できた。

景気安定期の業歴別 DR と景気後退期の業歴別 DR の5年間の中心化移動平均値を算出したものを図11に示す。景気後退期にあたる2008年度から2010年度の方が DR の水準が高くなっている。データ数が少ない業歴50年以上を除いて、視覚的にもほぼ平行に上昇していることがわかる。図10の結果と合わせて考えると、DR は景気の影響を受け

て変動すると考えてよさそうである。

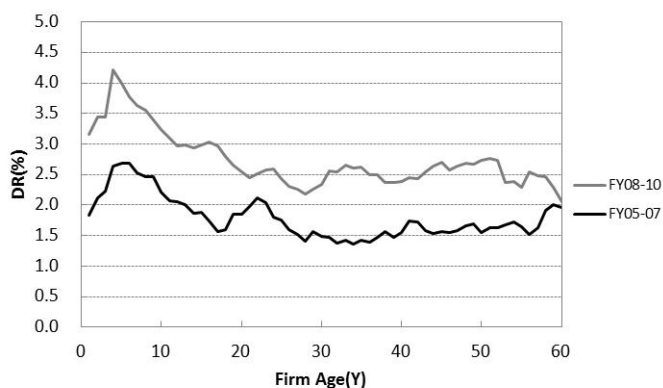


図 11 景気と業歴別デフォルト率の関係

次に、業歴別 LGD を確認する。具体的には、回収年度が景気安定期である 2006 年度と 2007 年度のデフォルト後経過 1 年の回収率と、景気後退期である 2008 年度から 2010 年度のデフォルト後経過 1 年の回収率を比較する。t 検定の結果、5%水準で有意にならず、差があるとはいえないことが確認できた。さらに、業歴別 LGD を移動平均したものを図 12 に示す。視覚的にもほとんど差がないことがわかる。図 10 の結果のとおり、LGD は景気の影響を受けないと考えられる。

以上の分析から、景気後退期において、PD は上昇する一方で LGD に変化はなく、PD と LGD の相関は確認できなかった。バーゼル銀行監督委員会の指摘と異なる結果となったが、時系列データが不足している可能性もあり、データの蓄積を待って再度分析する必要がある。

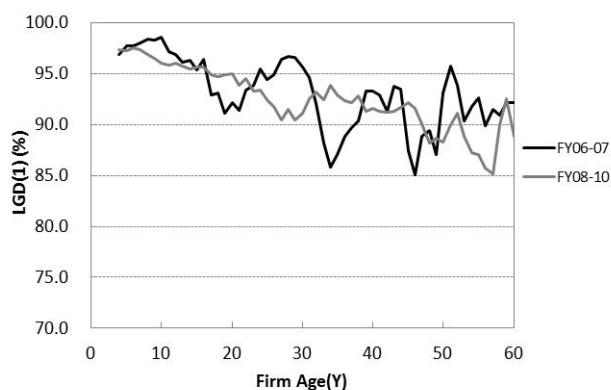


図 12 景気と業歴別 LGD の関係

<参考文献>

- [1] 伊藤有希, 山下智志(2008), 「中小企業に対する債権回収率の実証分析」, FSA リサーチ・レビュー2007(第4号).
- [2] 今井健太郎, 尾藤剛(2014), 「Gamma 回帰によるデフォルト債権の回収額推計モデルの実証研究」, 2014年 JAFEE 夏季大会予稿集, 198-209.
- [3] 尾木研三, 戸城正浩, 枇々木規雄(2014), 「小規模企業向け信用スコアリングモデルにおける業歴の頑健性と経営者の個人資産との関係性」, 2014年 JAFEE 夏季大会予稿集, 45-56.
- [4] 尾木研三, 戸城正浩, 枇々木規雄(2015), 「小企業向け保全別回収率モデルの構築と実証分析」, 『ジャフィー・ジャーナル「金融工学と市場計量分析」ファイナンスとデータ解析』朝倉書店, 168-201.
- [5] 川田章弘, 山下智志(2012), 「回収実績データに基づく LGD の要因分析と多段階モデルによる LGD および EL 推計」, 『FSA リサーチ・レビュー』第7号(2013年3月発行), 金融庁金融研修センター
- [6] 白田佳子(2003), 『企業倒産予知モデル』, 中央経済社
- [7] 内閣府経済社会総合研究所(2015), 景気基準日付,
<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/140530hiduke.html>.
- [8] 枇々木規雄, 尾木研三, 戸城正浩(2010), 「小企業向けスコアリングモデルにおける業歴の有効性」, 『ジャフィー・ジャーナル「金融工学と市場計量分析」定量的信用リスク評価とその応用』朝倉書店, 83-116.
- [9] 枇々木規雄, 尾木研三, 戸城正浩(2012), 「信用スコアリングモデルにおけるマクロファクターの導入と推定デフォルト確率の一致精度の改善効果」, *Transactions of the Operations Research Society of Japan*, 55, pp.42-65.
- [10] ムーディーズ・インベスターズ・サービス(2011)「社債・ローンのデフォルト率と回収率 1920-2010年」, ムーディーズ, スペシャルコメント, 2011年6月.
- [11] 三浦翔, 山下智志, 江口真透(2010), 「内部格付け手法における回収率・期待損失の統計型モデル-実績回収率データを用いた EL・LGD 推計-」, 『FSA リサーチ・レビュー』第6号(2010年3月発行), 金融庁金融研修センター.
- [12] 森平爽一郎(2009), 『信用リスクモデリング-測定と管理-』, 朝倉書店.
- [13] 山下智志(2012), 「回収実績データを用いた LGD および EL と計量化モデルの課題」, 統計数理研究所リスク解析戦略研究センターシンポジウム(2012.3.15)『新しい金融データ分析とリスク管理手法』資料.
- [14] 山下智志, 三浦翔(2011)『信用リスクモデルの予測精度-AR 値と評価指標-』, 朝倉書店.
- [15] Altman E.I., A. Resti and A. Sironi,(2002), "The link between default and recovery rates: effects on the procyclicality of regulatory capital ratios", Bank for International Settlement, BIS Working Papers No 113.
- [16] Grunert, J., Weber, M., (2009). "Recovery rates of commercial lending: empirical evidence for German companies." *Journal of Banking and Finance* 33, 505-513.
- [17] Hurt, L. and A. Felsovalyi(1998), "Measuring loss on Latin American defaulted bank loans, A 27-year study of 27 countries," *Journal of Lending and Credit Risk Management*, 81(2), 41-46.
- [18] Witzany, J. (2011), "A Two Factor Model for PD and LGD Correlation", *Bulletin of the Czech Econometric Society*, 18.