

一括投資と積立投資の両方を考慮する場合に活用できる法則 (ルール)

枇々木 規雄
慶應義塾大学 理工学部

2023 年 12 月 14 日 (改訂版)

1. はじめに

枇々木 [1] は積立投資に活用できる法則 (ルール) として、「126 の法則」を提案している。これは、積立貯蓄・投資を定額で行うという前提のもとで、元本の 2 倍になるにはおおよそ「年数 × 利率 = 126」(利率はパーセント表示) が成り立つという法則である。さらに、枇々木 [2] は連続複利・連続積立の場合を用いて、このルールに対する理論的な補強をしている。また、枇々木 [3] は積立金額が可変の場合にも、元本に対する倍率と「年数 × 利率」(ルール数) が関係するという法則が成り立つことを明らかにするとともに、一括投資も可変積立の特殊ケースとして、記述できることを示している¹。

その一方で、積立投資を始めるときに、すでに保有している資金を一括投資するとともに積立投資を行って、元本を増やしたいと考える場合もある。具体的には次のようなケースを考えてみよう。

現在保有している 200 万円を一括で運用し、毎月積立を行うことによって、積立合計は 800 万円とし、元本合計は 1,000 万円とする。利率 3% で運用し、2,000 万円 (2 倍) にしたいが、何年間、積立を行うと、それが達成できるか？

資金を 2 倍にする法則として、一括投資は 72 の法則、積立投資は 126 の法則がそれぞれ存在するので、1,000 万円を現在保有していて積立を行わなければ、72 の法則を使って $72/3=24$ 年、現在の保有額はゼロで 1000 万円を積立のみでまかなうならば、126 の法則を使って $126/3=42$ 年である。このようにどちらか一方だけであれば、法則を用いて簡単に求めることができる。利率を 6% としても、それぞれ、 $72/6=12$ 年、 $126/6=21$ 年と分かる。しかし、一括投資と積立投資を同時に行うときに活用できる法則は存在しないため、簡単に上記のケースに答えることはできない。本稿では、このような場合でも元本に対する倍率に対して「年数 × 利率」(ルール数) が決まる法則が存在し、ルール数から簡単に求められることを示す。後述する理論によって、上記のケースのように、元本に占める一括投資の割合が 0.2 の場合、ルール数は 106 になる。したがって、答えは $106/3=35.33$ 年 (424 カ月) で、毎月の積立額は $800/424 = 1.887$ 万円である。利率が 6% の場合には、 $106/6=17.67$ 年 (212 カ月) で、毎月の積立額は $800/212 = 3.774$ 万円となる。このことを Excel の FV 関数を使って確かめてみよう²。

利率 3% : $FV(0.03/12, (106/3)*12, -1000*(1-0.2)/((106/3)*12), -1000*0.2, 1) = 2000.9$

利率 6% : $FV(0.06/12, (106/6)*12, -1000*(1-0.2)/((106/6)*12), -1000*0.2, 1) = 2000.8$

年数と利率の組み合わせにかかわらず、おおよそ、2000 万円 (2 倍) になっており、元本に占める一括投資の割合が一定であれば、この法則が成り立っていることが分かる。

¹これらの議論はすべて利率は一定と仮定している。投資にはリスクが伴うが、この法則では無視している。本稿でも同様の仮定の下で議論するが、この考え方は投資計画の立案や平均的という意味で、投資に活用できる。

²FV 関数のパラメータは以下の通りである (定期支払額、現在価値はマイナスの値にする)。

FV(利率, 期間数, 定期支払額, 現在価値, 支払期日 (0: 期末, 1: 期初))

2. 一括投資と積立投資を同時に考慮したモデル

一括投資と積立投資の元本合計を P とし、一括投資の割合を α とする。つまり、初期時点での一括投資金額は αP である。積立年数を n 、年内の積立回数を m 回とし、初期時点から積立を始め³、 mn 回にわたり、定額で毎回 $\frac{(1-\alpha)P}{mn}$ を積立投資すると想定する。 r を利率 (年率)、月初に積み立てる場合には、 $m = 12$ とし、満期に得られる金額を S とする。 S は以下のように計算できる。

$$S = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} \alpha P + \left\{ \sum_{t=1}^{mn} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^t \right\} \frac{(1-\alpha)P}{mn} \quad (2.1)$$

一括投資の割合が α の場合の元本に対する倍率を $y(\alpha)$ 、 $nr = a$ とすると、以下のように展開できる (枇々木 [1])⁴。

$$\begin{aligned} y(\alpha) &= \frac{S}{P} = \alpha \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} + (1-\alpha) \left[\frac{\left\{ \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} - 1 \right\} \left(1 + \frac{r}{m}\right)}{nr} \right] \\ &= \alpha \left(1 + \frac{a}{mn}\right)^{mn} + (1-\alpha) \left[\frac{\left\{ \left(1 + \frac{a}{mn}\right)^{mn} - 1 \right\} \left(1 + \frac{a}{mn}\right)}{a} \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

連続複利・連続積立を想定すると、以下のように記述できる (枇々木 [2])。

$$\begin{aligned} y(\alpha) &= \lim_{m \rightarrow \infty} \alpha \left(1 + \frac{a}{mn}\right)^{mn} + \frac{1-\alpha}{a} \left\{ \left(1 + \frac{a}{mn}\right)^{mn} - 1 \right\} \left(1 + \frac{a}{mn}\right) \\ &= \alpha e^a + (1-\alpha) \left(\frac{e^a - 1}{a} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

具体的に計算例を示す。目標資産額を 2,000 万円、現在の保有資金を 200 万円とする。目標資産額が一括投資額と積立元本の合計の 2 倍になるように積立投資を行いたいとしよう。一括投資額を現在の保有資金とすると、目標資産額と倍率を決めれば、それに応じて一括投資の割合は決まることになる。このとき、元本合計は $P = 1,000$ 万円となるので、一括投資の割合は $\alpha = 0.2$ となる。(2.2) 式に、 $\frac{S}{P} = 2$ 、 $\alpha = 0.2$ 、 $m = 12$ 、 $n = 40$ を代入すると、ルール値は $a = 1.0594$ と求められる。

3. 数値例

$m = 12$ として、3 種類の倍率 ($y = 3, 2, 1.5$) に対して、(2.2) 式を用いて離散複利の場合、(2.3) 式を用いて連続複利・連続積立の場合のルール値 a を求める。まずはじめに、11 種類の α に対して、ルール値を計算した結果を表 1 に示す。離散複利の場合、年数 (n) によって値が異なるので、5 種類

³初期時点の投資金額は、一括投資金額と積立投資における最初の積立金額の和となる。

⁴一括投資の場合、通常、年複利で計算される場合が多いが、本稿では積立投資と同時に扱うために、年 m 回複利とする。その一方で、利率として年複利を想定した場合には、 m 回複利で想定される利率を修正する必要がある。年複利の利率は実効利率に相当するので、それを r_e とすると、以下の関係が成り立つ。

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \text{ または、} r = m \left(\sqrt[m]{1+r_e} - 1 \right)$$

たとえば、ルール数を 120 とし、年数を 40 年とすると、利率は 3% になる。これを $m = 12$ として、年複利の実効利率に直すと、以下のように計算される。

$$r_e = \left(1 + \frac{0.03}{12}\right)^{12} - 1 \approx 0.0304 = 3.04\%$$

実効利率を 3% とすると、月次複利での名目利率は以下のように計算される。

$$r = 12 \left(\sqrt[12]{1.03} - 1 \right) = 0.0296$$

法則を用いると、年数は $\frac{120}{2.96} = 40.55$ 年となる。年次以外 (月次など) での積立投資を含む場合、法則 (使われるルール数) を直接、実効利率と関係づけることは難しいが、実効利率を使ってもほぼ近似できている。

の年数に対するルール値を計算している。ルール数は $n = 40$ の場合のルール値 a を 100 倍して四捨五入した値を示す⁵。

表 1: ルール値 a

倍率 y	割合 α	離散複利 ($m = 12$)					連続 $m \rightarrow \infty$	ルール数 (整数)
		$n = 10$	$n = 20$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$		
3	0.0	1.9067	1.9053	1.9048	1.9045	1.9044	1.9038	190
	0.1	1.7446	1.7424	1.7417	1.7414	1.7411	1.7403	174
	0.2	1.6195	1.6171	1.6163	1.6159	1.6156	1.6146	162
	0.3	1.5182	1.5156	1.5147	1.5143	1.5140	1.5130	151
	0.4	1.4332	1.4306	1.4297	1.4292	1.4290	1.4279	143
	0.5	1.3604	1.3577	1.3568	1.3564	1.3561	1.3550	136
	0.6	1.2968	1.2941	1.2933	1.2928	1.2925	1.2915	129
	0.7	1.2406	1.2379	1.2370	1.2366	1.2363	1.2353	124
	0.8	1.1903	1.1877	1.1868	1.1864	1.1861	1.1851	119
	0.9	1.1449	1.1423	1.1415	1.1411	1.1408	1.1398	114
1.0	1.1037	1.1011	1.1003	1.0999	1.0996	1.0986	110	
2	0.0	1.2543	1.2554	1.2557	1.2559	1.2560	1.2564	126
	0.1	1.1457	1.1460	1.1461	1.1462	1.1462	1.1463	115
	0.2	1.0595	1.0594	1.0594	1.0594	1.0594	1.0593	106
	0.3	0.9887	0.9883	0.9881	0.9881	0.9880	0.9879	99
	0.4	0.9288	0.9282	0.9280	0.9279	0.9278	0.9276	93
	0.5	0.8772	0.8764	0.8762	0.8761	0.8760	0.8757	88
	0.6	0.8320	0.8312	0.8310	0.8308	0.8307	0.8304	83
	0.7	0.7921	0.7912	0.7909	0.7908	0.7907	0.7904	79
	0.8	0.7564	0.7555	0.7552	0.7550	0.7549	0.7546	76
	0.9	0.7243	0.7233	0.7230	0.7228	0.7227	0.7224	72
1.0	0.6952	0.6941	0.6938	0.6936	0.6935	0.6931	69	
1.5	0.0	0.7595	0.7611	0.7616	0.7619	0.7620	0.7627	76
	0.1	0.6928	0.6938	0.6942	0.6943	0.6944	0.6949	69
	0.2	0.6388	0.6395	0.6397	0.6398	0.6398	0.6401	64
	0.3	0.5939	0.5942	0.5944	0.5944	0.5945	0.5946	59
	0.4	0.5556	0.5558	0.5559	0.5559	0.5559	0.5560	56
	0.5	0.5226	0.5226	0.5226	0.5226	0.5227	0.5227	52
	0.6	0.4937	0.4936	0.4936	0.4936	0.4936	0.4935	49
	0.7	0.4681	0.4679	0.4679	0.4678	0.4678	0.4678	47
	0.8	0.4453	0.4450	0.4449	0.4449	0.4449	0.4448	44
	0.9	0.4247	0.4244	0.4243	0.4243	0.4243	0.4241	42
1.0	0.4062	0.4058	0.4057	0.4056	0.4056	0.4055	41	

$\alpha = 0$: 積立投資, $\alpha = 1$: 一括投資

表 1 の $y = 2$ の $\alpha = 1$ (一括投資) のルール数は 69 である。一般にルール数は 72 であるが、年複利ではなく、月次複利にしているため、その影響が出ている⁶。離散複利の場合には、ルール値は年数 n に依存するが、ほぼ同じ値が得られており、元本に対する倍率に対して「年数 × 利率」(ルール数) が決まる法則が存在することが分かる。連続複利・連続積立の場合には一意に決まり、離散複利

⁵このルール数を用いて、(2.2) 式で計算した倍率は、ほぼ一致する。詳細は付録 A の表 5 を参照されたい。

⁶72 の法則で 2 倍になるのは、年複利の場合、7.85%(9.17 年)、月次複利の場合には、94.2%(0.764 年) のときである。72 の法則はよく知られた法則ではあるが、月次複利の場合、「72」は用いない方がよい。

の場合とほぼ同じ値になることも分かる。
 $n = 40$ の場合のルール値を図 1 に示す。

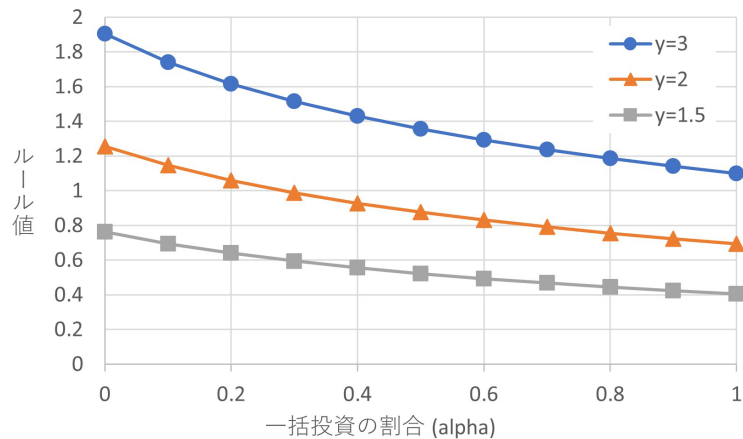


図 1: 一括投資の割合 α とルール値 a の関係 ($n = 40, m = 12$)

一括投資の割合が増えるにつれて、ルール値 a が小さくなる様子を図からも確認できる。

4. 法則の活用方法

一括投資や積立投資に活用できる法則は、ある倍率 (2 倍、3 倍など) に対するルール数がそれぞれ 1 つに決まるため、わかりやすい法則として認識しやすいという特徴がある。一方、本稿で提案した法則は、ルール数は倍率と一括投資の割合の 2 つに依存するため、倍率を定めても「〇〇の法則」と言うことができない。この欠点を克服することは難しいが、この法則を活用するための簡便表として、倍率を $y = 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3$ に限定する一方で、元本に占める一括投資の割合を 0.01 刻みにした簡便表を表 2 に示す。

これらの値 (ルール数) は、 $n = 40, m = 12$ として、(2.2) 式を用いて求めたルール値 a を 100 倍して求めている⁷。表の見方であるが、たとえば、倍率が 2 倍、元本割合が $\alpha = 0.2$ の組み合わせに対するルール数は 105.94 となるので、四捨五入して 106 とする。実際には、最初に具体的に挙げたケースのように、現在保有している資金から、一括投資の元本割合を最初に想定できるので、この表の行で元本割合を探す。たとえば、 $\alpha = 0.27$ としよう。倍率に対応するルール数は 100.81 なので、おおよそ 101 として、「利率 \times 年数 = 101」を満たす利率と年数の組み合わせを見つけるとよい。

倍率の刻み幅を少し細かくした上でルール数を見つけるために、表 3 を示す⁸。ただし、一括投資の割合の刻み幅は大きくし、0.1 刻みにする。

表の見方であるが、行が倍数、列が元本に占める一括投資の割合で、そのクロスしたところの値がルール数である。たとえば、表 2 で挙げた例と同じ倍率が 2 倍、元本割合が 0.2 の組み合わせに対するルール数は 105.94 となるので、四捨五入して 106 とする。

ただし、元本割合が 0.1 刻みの数値ではない場合には、近似計算が必要である。たとえば、 $\alpha = 0.28$ の場合で、元本が 1.75 倍になるルール数を見つけることにしよう。 $\alpha = 0.2$ と $\alpha = 0.3$ のルール数はそれぞれ 86.76 と 80.78 であるので、線形近似を行うと、

$$86.76 \times 0.2 + 80.78 \times 0.8 = 81.976$$

となるので、ルール数は 82 と近似される。実際に、 $\alpha = 0.28$ として数式を用いて求めても 82 になる。表を使った活用方法を提示したが、この法則は、「利率 \times 年数 = ルール数」となる組み合わせを近似的に見つける方法であり、表からおおよそのルール数を見つけて活用すればよい。

⁷表 1 で示したように、ルール数は n にかかわらず、ほぼ同じ値を取る。

⁸ルール数と元本に占める一括投資の割合から倍率を見つける簡便表を付録 B の表 6 に示す。

表 2: ルール数の簡便表 ($n = 40, m = 12$: (2.2) 式から算出)

割合 (α)	1.25 倍 ($y = 1.25$)	1.5 倍 ($y = 1.5$)	2 倍 ($y = 2$)	2.5 倍 ($y = 2.5$)	3 倍 ($y = 3$)	割合 (α)	1.25 倍 ($y = 1.25$)	1.5 倍 ($y = 1.5$)	2 倍 ($y = 2$)	2.5 倍 ($y = 2.5$)	3 倍 ($y = 3$)
0.00	43.02	76.19	125.59	161.88	190.45						
0.01	42.60	75.44	124.36	160.30	188.59	0.51	28.99	51.96	87.13	113.67	134.96
0.02	42.18	74.71	123.16	158.76	186.78	0.52	28.81	51.65	86.66	113.09	134.30
0.03	41.78	73.99	121.99	157.26	185.03	0.53	28.63	51.35	86.19	112.51	133.64
0.04	41.38	73.30	120.86	155.81	183.34	0.54	28.46	51.06	85.73	111.94	132.99
0.05	40.99	72.62	119.75	154.40	181.69	0.55	28.29	50.76	85.27	111.38	132.36
0.06	40.61	71.95	118.67	153.03	180.10	0.56	28.12	50.48	84.82	110.82	131.73
0.07	40.24	71.30	117.62	151.69	178.54	0.57	27.95	50.19	84.38	110.28	131.10
0.08	39.88	70.66	116.59	150.39	177.04	0.58	27.79	49.91	83.94	109.74	130.49
0.09	39.52	70.04	115.59	149.13	175.57	0.59	27.62	49.63	83.51	109.20	129.88
0.10	39.17	69.43	114.62	147.89	174.14	0.60	27.46	49.36	83.08	108.67	129.28
0.11	38.83	68.84	113.66	146.69	172.74	0.61	27.30	49.08	82.66	108.15	128.69
0.12	38.49	68.25	112.73	145.51	171.38	0.62	27.15	48.82	82.24	107.64	128.10
0.13	38.16	67.68	111.81	144.36	170.06	0.63	26.99	48.55	81.83	107.13	127.52
0.14	37.84	67.12	110.92	143.24	168.76	0.64	26.84	48.29	81.42	106.63	126.95
0.15	37.52	66.57	110.05	142.14	167.50	0.65	26.69	48.03	81.02	106.13	126.39
0.16	37.21	66.03	109.19	141.07	166.26	0.66	26.54	47.78	80.62	105.64	125.83
0.17	36.90	65.50	108.35	140.02	165.06	0.67	26.39	47.52	80.23	105.15	125.28
0.18	36.60	64.99	107.53	138.99	163.87	0.68	26.24	47.27	79.84	104.68	124.73
0.19	36.31	64.48	106.73	137.99	162.72	0.69	26.10	47.03	79.46	104.20	124.19
0.20	36.02	63.98	105.94	137.00	161.59	0.70	25.96	46.78	79.08	103.73	123.66
0.21	35.73	63.49	105.16	136.03	160.48	0.71	25.81	46.54	78.70	103.27	123.13
0.22	35.45	63.01	104.41	135.09	159.39	0.72	25.68	46.31	78.33	102.81	122.61
0.23	35.18	62.53	103.66	134.16	158.33	0.73	25.54	46.07	77.97	102.36	122.10
0.24	34.91	62.07	102.93	133.25	157.29	0.74	25.40	45.84	77.60	101.91	121.59
0.25	34.64	61.61	102.21	132.35	156.26	0.75	25.27	45.61	77.24	101.46	121.08
0.26	34.38	61.16	101.51	131.48	155.26	0.76	25.13	45.38	76.89	101.03	120.58
0.27	34.12	60.72	100.81	130.62	154.28	0.77	25.00	45.15	76.54	100.59	120.09
0.28	33.87	60.29	100.13	129.77	153.31	0.78	24.87	44.93	76.19	100.16	119.60
0.29	33.62	59.86	99.46	128.94	152.36	0.79	24.74	44.71	75.84	99.74	119.12
0.30	33.37	59.44	98.81	128.12	151.43	0.80	24.61	44.49	75.50	99.31	118.64
0.31	33.13	59.03	98.16	127.32	150.51	0.81	24.49	44.27	75.17	98.90	118.16
0.32	32.89	58.62	97.52	126.53	149.61	0.82	24.36	44.06	74.83	98.49	117.69
0.33	32.66	58.22	96.90	125.76	148.73	0.83	24.24	43.85	74.50	98.08	117.23
0.34	32.43	57.83	96.28	124.99	147.86	0.84	24.12	43.64	74.18	97.67	116.77
0.35	32.20	57.44	95.68	124.24	147.00	0.85	23.99	43.43	73.85	97.27	116.32
0.36	31.98	57.06	95.08	123.51	146.16	0.86	23.87	43.23	73.53	96.88	115.86
0.37	31.76	56.68	94.50	122.78	145.33	0.87	23.76	43.03	73.22	96.49	115.42
0.38	31.54	56.31	93.92	122.06	144.52	0.88	23.64	42.82	72.90	96.10	114.98
0.39	31.33	55.95	93.35	121.36	143.71	0.89	23.52	42.63	72.59	95.71	114.54
0.40	31.12	55.59	92.79	120.67	142.92	0.90	23.41	42.43	72.28	95.33	114.11
0.41	30.91	55.24	92.24	119.98	142.15	0.91	23.29	42.23	71.98	94.96	113.68
0.42	30.71	54.89	91.69	119.31	141.38	0.92	23.18	42.04	71.68	94.58	113.25
0.43	30.51	54.54	91.16	118.65	140.63	0.93	23.07	41.85	71.38	94.21	112.83
0.44	30.31	54.20	90.63	117.99	139.88	0.94	22.96	41.66	71.08	93.85	112.41
0.45	30.11	53.87	90.11	117.35	139.15	0.95	22.85	41.47	70.79	93.48	112.00
0.46	29.92	53.54	89.59	116.72	138.43	0.96	22.74	41.29	70.50	93.12	111.59
0.47	29.73	53.21	89.09	116.09	137.71	0.97	22.63	41.10	70.21	92.77	111.18
0.48	29.54	52.89	88.59	115.47	137.01	0.98	22.53	40.92	69.93	92.41	110.78
0.49	29.35	52.58	88.09	114.86	136.32	0.99	22.42	40.74	69.64	92.06	110.38
0.50	29.17	52.26	87.61	114.26	135.64	1.00	22.32	40.56	69.36	91.72	109.99

表 3: ルール数の簡便表 (行: 倍率, 列: 一括投資の割合)

倍率	元本合計に占める一括投資の割合 (α)										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.05	9.66	8.79	8.06	7.45	6.93	6.47	6.07	5.72	5.41	5.13	4.88
1.10	18.73	17.05	15.65	14.47	13.46	12.59	11.83	11.15	10.55	10.02	9.53
1.15	27.28	24.83	22.81	21.11	19.65	18.40	17.29	16.32	15.46	14.68	13.98
1.20	35.36	32.19	29.59	27.40	25.53	23.91	22.50	21.25	20.14	19.14	18.24
1.25	43.02	39.17	36.02	33.37	31.12	29.17	27.46	25.96	24.61	23.41	22.32
1.30	50.29	45.80	42.13	39.06	36.45	34.19	32.21	30.46	28.91	27.51	26.24
1.35	57.22	52.12	47.96	44.50	41.54	38.99	36.76	34.79	33.03	31.45	30.02
1.40	63.83	58.15	53.54	49.69	46.42	43.60	41.12	38.94	36.99	35.24	33.66
1.45	70.14	63.91	58.87	54.67	51.10	48.02	45.32	42.93	40.81	38.90	37.17
1.50	76.19	69.43	63.98	59.44	55.59	52.26	49.36	46.78	44.49	42.43	40.56
1.55	81.99	74.73	68.89	64.03	59.91	56.36	53.25	50.50	48.05	45.84	43.85
1.60	87.56	79.82	73.60	68.45	64.08	60.30	57.00	54.09	51.48	49.14	47.02
1.65	92.92	84.72	78.15	72.70	68.09	64.11	60.63	57.56	54.81	52.34	50.10
1.70	98.08	89.44	82.53	76.81	71.97	67.79	64.14	60.91	58.03	55.44	53.09
1.75	103.06	94.00	86.76	80.78	75.72	71.35	67.54	64.17	61.16	58.45	55.99
1.80	107.87	98.40	90.85	84.62	79.35	74.80	70.84	67.32	64.19	61.37	58.81
1.85	112.52	102.65	94.80	88.33	82.86	78.15	74.03	70.39	67.14	64.21	61.56
1.90	117.01	106.76	98.63	91.93	86.27	81.39	77.13	73.37	70.00	66.97	64.23
1.95	121.37	110.75	102.34	95.42	89.58	84.55	80.15	76.26	72.79	69.66	66.83
2.00	125.59	114.62	105.94	98.81	92.79	87.61	83.08	79.08	75.50	72.28	69.36
2.05	129.69	118.37	109.43	102.10	95.91	90.59	85.94	81.82	78.15	74.84	71.84
2.10	133.66	122.01	112.83	105.30	98.95	93.49	88.72	84.50	80.73	77.33	74.25
2.15	137.53	125.55	116.13	108.41	101.91	96.31	91.43	87.10	83.24	79.76	76.61
2.20	141.29	129.00	119.35	111.44	104.79	99.07	94.07	89.65	85.70	82.14	78.91
2.25	144.94	132.35	122.48	114.40	107.60	101.75	96.65	92.13	88.10	84.46	81.16
2.30	148.51	135.62	125.53	117.28	110.34	104.37	99.16	94.56	90.44	86.73	83.36
2.35	151.98	138.80	128.50	120.09	113.01	106.93	101.62	96.93	92.73	88.95	85.52
2.40	155.36	141.91	131.40	122.83	115.62	109.43	104.03	99.24	94.97	91.12	87.63
2.45	158.66	144.94	134.23	125.51	118.17	111.87	106.38	101.51	97.17	93.25	89.69
2.50	161.88	147.89	137.00	128.12	120.67	114.26	108.67	103.73	99.31	95.33	91.72
2.55	165.03	150.78	139.70	130.68	123.11	116.60	110.93	105.91	101.42	97.37	93.70
2.60	168.11	153.60	142.34	133.18	125.49	118.89	113.13	108.03	103.48	99.38	95.65
2.65	171.11	156.37	144.93	135.63	127.83	121.13	115.29	110.12	105.50	101.34	97.56
2.70	174.05	159.07	147.46	138.03	130.11	123.33	117.40	112.17	107.48	103.26	99.43
2.75	176.93	161.71	149.93	140.37	132.36	125.48	119.48	114.17	109.43	105.15	101.27
2.80	179.75	164.30	152.36	142.67	134.55	127.59	121.51	116.14	111.34	107.01	103.07
2.85	182.51	166.83	154.73	144.92	136.71	129.66	123.51	118.07	113.21	108.83	104.85
2.90	185.21	169.31	157.06	147.13	138.82	131.69	125.47	119.97	115.05	110.62	106.59
2.95	187.86	171.75	159.35	149.30	140.89	133.68	127.39	121.83	116.86	112.38	108.30
3.00	190.45	174.14	161.59	151.43	142.92	135.64	129.28	123.66	118.64	114.11	109.99

表2においても記載されていない元本割合に対応するために計算する場合には、上述の方法で近似するとよい。

5. モデル化をする際の注意点

一括投資と積立投資の両方を考慮する場合、一括と積立元本の合計に対する一括投資元本の割合をパラメータとして導入し、モデル化した。この理由は、パラメータを割合ではなく、毎回の積立金額とすると、この法則が成り立たないからである。例えば、一括投資、積立投資に対して、

(1) 現在200万円保有していて、利率3%で運用すると、何年で2倍になるか？

(2) 毎月1万円ずつ積立を行い、利率3%で運用すると、何年で2倍になるか？

という問いに対しては、それぞれ、(1)は72の法則を用いて24年、(2)は126の法則を用いて42年となる。利率が3%ではなく、6%のときもすぐに、それぞれ12年、21年と回答できる。一方、

(3) 現在200万円保有していて、毎月1万円ずつ積立を行い、利率3%で運用すると、何年で2倍になるか？

という問いに対してはどのように回答できるだろうか。この問題に対する回答は、以下の(5.1)式が成り立つ n を求めればよい。

$$y = \frac{S}{P} = \frac{1}{L + mnM} \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} L + \frac{\left\{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} - 1\right\} \left(1 + \frac{r}{m}\right)}{r/m} \cdot M \right] \quad (5.1)$$

ここで、 L は一括投資額、 M は1回あたりの積立金額で、 P は元本合計で $P = L + mnM$ である。

上記の問題で、 $L = 200$, $M = 1$, $m = 12$, $r = 0.03$, $y = 2$ とすると、(5.1)式を満たす n は、32.05年と求められ、 $nr = 0.9616$ が得られる。ここで、利率を6%に変更すると、(5.1)式を満たす n は、17.67年と求められるが、 $nr = 0.8837$ となり、「年数 × 利率」は同じにならない。したがって、このような問題に対しては、法則を用いて計算することができない。様々な倍率に対して、(5.1)式を満たす利率や年数を求め、「年数 × 利率」を計算した結果を表4に示す。

表4: 「年数 × 利率」の値

		利率	$r = 2\%$	$r = 3\%$	$r = 4\%$	$r = 5\%$	$r = 6\%$
$y = 1.5$	年数 (n)		28.34	17.56	12.55	9.70	7.89
	年数 × 利率 (nr)		0.5667	0.5267	0.5018	0.4852	0.4734
$y = 2$	年数 (n)		51.27	32.05	22.92	17.67	14.32
	年数 × 利率 (nr)		1.0254	0.9616	0.9166	0.8837	0.8589
$y = 3$	年数 (n)		82.63	52.37	37.71	29.18	23.67
	年数 × 利率 (nr)		1.6525	1.5711	1.5084	1.4592	1.4199
		年数	$n = 10$	$n = 20$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$
$y = 1.5$	利率 (r)		4.87%	2.69%	1.91%	1.49%	1.23%
	年数 × 利率 (nr)		0.4870	0.5371	0.5716	0.5969	0.6162
$y = 2$	利率 (r)		8.22%	4.50%	3.18%	2.48%	2.04%
	年数 × 利率 (nr)		0.8216	0.8991	0.9526	0.9919	1.0221
$y = 3$	利率 (r)		12.82%	6.95%	4.88%	3.80%	3.12%
	年数 × 利率 (nr)		1.2821	1.3895	1.4644	1.5197	1.5624

どのような場合も、 nr の値は近い値を取らず、法則が成り立たないことが確認できる。そこで、(5.1)式を

$$y = \frac{L}{L + mnM} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} + \frac{mnM}{L + mnM} \cdot \frac{\left\{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} - 1\right\} \left(1 + \frac{r}{m}\right)}{nr} \quad (5.2)$$

と書き換え、 $\alpha = \frac{L}{L+mnM}$ とすると、(2.2) 式が得られる。このように定式化することによって、一括投資と積立投資の両方を考慮した法則を導くことができる⁹。

6. 一括投資と積立投資のルール数の関係

本節では一括投資と積立投資での合計元本に対する倍率に対応するルール数を求めるモデルを提案し、どのようなキャッシュフローであっても、元本に対する倍率とルール数がほぼ一対一の関係にあるという法則を示した。ここでは、一括投資と積立投資のルール数の関係を示し、それを利用して一括投資と積立投資を同時に行う場合の将来の資産額を簡便に計算する方法を示す。

一括投資による元本倍率を y_{LS} とする。連続複利・連続積立の場合、積立投資による元本倍率 y はルール値 a を用いて、

$$y = \frac{e^a - 1}{a} \quad (6.1)$$

と記述できる。したがって、 y_{LS} は積立投資による元本倍率 y およびそのルール値 a を用いて、以下に示す簡単な計算式 ((6.2) 式) で関連付けることができる。

$$y_{LS} = e^a = ay + 1 \quad (6.2)$$

例えば、積立投資の倍率 $y = 2$ に対するルール値は $a = 1.26$ なので、 $y_{LS} = e^{1.26} = 1.26 \times 2 + 1 = 3.52$ である。現在保有している 200 万円を投資し、毎月 2 万円ずつ積立も行い、利率 3% で 42 年間運用するときの将来の資産額を求めてみよう。積立元本の 1,008 万円 ($= 2 \times 12 \times 42$) は 126 の法則により 2 倍になる。したがって、

$$S = 200 \times 3.52 + 1,008 \times 2 = 2,720 \text{ (万円)} \quad (6.3)$$

と簡便に計算できる。Excel の FV 関数 (期初払い) を使うと、FV(0.03/12, 42*12, -2, -200, 1) で、2,725 万円と求められ、ほぼ近似できることがわかる。利率を 2 倍 (6%)、運用期間を半分 (21 年間) にして、毎月の積立額を 2 倍 (4 万円) にすると積立元本合計は同じになるので、同様に (6.3) 式で計算できる。FV 関数を使っても FV(0.06/12, 21*12, -4, -200, 1) で、2,724 万円と求められる。

7. まとめ

本稿では、一括投資と積立投資を同時に行う場合でも、任意の倍率と一括投資と積立投資の元本の割合に対応して、一意にルール数が決まるという法則が成り立つことを示した。明示的には示していないが、積立金額が可変の (定額でない) 場合 (枇々木 [3]) でも、ルール数は異なるが、本稿で示した法則は成り立つ。この法則は、ルール数に関する理論をさらに一般化したものであり、顧客の資産運用計画について、わかりやすく支援するのに役立つだろう。この法則もぜひ、多くの FP の方々に活用していただきたい。

⁹ 上記の問題では積立元本は $mnM = 12 \times 32.05 \times 1 = 384.6$ となる。毎月の積立額を 1 万円とせずに、目標資産額を一括投資額とこの積立元本の合計の 2 倍とするならば、一括投資割合は $\alpha = 0.342 (= \frac{200}{200+384.6})$ である。利率 6% で、半分の年数 (16.025 年) で 2 倍にするためには、積立合計額を同じにするために、毎月の積立額を 2 倍 (2 万円) にすればよい。

参考文献

- [1] 枇々木 規雄 (2021), 126 ルール : 積立投資の複利効果を概算する簡単な計算ルール, 日本FP学会ニュースレター, Vol.4, No.2. https://www.jasfp.jp/newsletter04-2_0001.pdf
- [2] 枇々木 規雄 (2022), 126 ルール: 連続複利・連続積立投資版.
https://lab.ae.keio.ac.jp/~hibiki_lab/profile_2/Hibiki_126Rule_2.pdf
- [3] 枇々木 規雄 (2023), 積立金額が可変の場合に活用できる積立投資の法則 (ルール).
https://lab.ae.keio.ac.jp/~hibiki_lab/profile_2/Hibiki_Rule_3.pdf
- [4] D. Luenberger (2014), Investment Science, 2nd Edition, Oxford University Press.
(今野浩, 鈴木賢一, 枇々木規雄 訳 (2015), 『金融工学入門 第2版』, 日本経済新聞出版社.)

付録

A. ルール数 (整数) を用いて計算された倍率

表 1 に示したルール数を用いて、(2.2) 式で計算した場合の倍率を表 5 に示す。どのような年数、利率の組み合わせでもほぼ近似できていることが確認できる¹⁰。

表 5: ルール数 (整数) を用いた場合の倍率

倍率 y	割合 α	ルール数 (整数)	年数固定 (利率可変)					利率固定 (年数可変)				
			$n = 10$	$n = 20$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$	$r = 2\%$	$r = 3\%$	$r = 4\%$	$r = 6\%$	$r = 8\%$
3	0.0	190	2.987	2.990	2.991	2.991	2.991	2.992	2.992	2.991	2.991	2.990
	0.1	174	2.990	2.995	2.996	2.997	2.998	2.998	2.998	2.997	2.996	2.995
	0.2	162	3.001	3.007	3.008	3.009	3.010	3.011	3.010	3.009	3.008	3.007
	0.3	151	2.981	2.987	2.989	2.990	2.990	2.991	2.990	2.990	2.988	2.986
	0.4	143	2.992	2.999	3.001	3.002	3.003	3.003	3.002	3.001	3.000	2.998
	0.5	136	2.999	3.006	3.008	3.009	3.010	3.011	3.010	3.009	3.007	3.005
	0.6	129	2.982	2.989	2.991	2.993	2.993	2.994	2.993	2.992	2.989	2.987
	0.7	124	2.998	3.006	3.008	3.009	3.010	3.011	3.009	3.008	3.006	3.004
	0.8	119	2.999	3.007	3.009	3.010	3.011	3.012	3.010	3.009	3.007	3.004
	0.9	114	2.986	2.993	2.996	2.997	2.998	2.998	2.997	2.995	2.993	2.990
1.0	110	2.989	2.997	2.999	3.000	3.001	3.001	3.000	2.999	2.996	2.993	
2	0.0	126	2.007	2.006	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.006	2.006
	0.1	115	2.006	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005	2.005
	0.2	106	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001	2.001
	0.3	99	2.002	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.002	2.002
	0.4	93	2.002	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.003	2.002
	0.5	88	2.005	2.006	2.006	2.006	2.007	2.007	2.006	2.006	2.005	2.005
	0.6	83	1.996	1.998	1.998	1.999	1.999	1.999	1.998	1.998	1.997	1.997
	0.7	79	1.996	1.998	1.998	1.999	1.999	1.999	1.998	1.998	1.997	1.996
	0.8	76	2.007	2.008	2.009	2.009	2.009	2.009	2.009	2.008	2.007	2.006
	0.9	72	1.992	1.994	1.994	1.995	1.995	1.994	1.994	1.993	1.992	1.991
1.0	69	1.990	1.992	1.992	1.993	1.993	1.993	1.992	1.991	1.990	1.989	
1.5	0.0	76	1.500	1.499	1.499	1.498	1.498	1.498	1.499	1.499	1.500	1.501
	0.1	69	1.497	1.496	1.496	1.496	1.496	1.496	1.496	1.497	1.497	1.498
	0.2	64	1.501	1.501	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500	1.501	1.501	1.502
	0.3	59	1.496	1.495	1.495	1.495	1.495	1.495	1.495	1.496	1.496	1.496
	0.4	56	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505	1.505
	0.5	52	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497	1.497
	0.6	49	1.495	1.495	1.495	1.496	1.496	1.495	1.495	1.495	1.495	1.495
	0.7	47	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.502	1.502
	0.8	44	1.493	1.493	1.493	1.493	1.493	1.493	1.493	1.493	1.493	1.492
	0.9	42	1.493	1.494	1.494	1.494	1.494	1.494	1.493	1.493	1.493	1.492
1.0	41	1.506	1.506	1.506	1.507	1.507	1.506	1.506	1.506	1.505	1.505	

$\alpha = 0$: 積立投資, $\alpha = 1$: 一括投資

¹⁰表 1 のルール値を用いれば、ぴったり y の倍率と一致する。

B. ルール数と一括投資の割合から倍率を見つける簡便表

ルール数と元本に占める一括投資の割合から倍率を見つける簡便表を表6に示す。

表 6: 倍率: 簡便表

ルール数	元本合計に占める一括投資の割合 (α)										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
40	1.230	1.256	1.282	1.308	1.335	1.361	1.387	1.413	1.439	1.465	1.492
45	1.263	1.294	1.324	1.355	1.385	1.416	1.446	1.477	1.507	1.538	1.568
50	1.298	1.333	1.368	1.403	1.438	1.473	1.508	1.543	1.578	1.613	1.648
55	1.334	1.374	1.414	1.453	1.493	1.533	1.573	1.613	1.653	1.693	1.733
60	1.371	1.416	1.461	1.506	1.551	1.596	1.641	1.686	1.731	1.776	1.821
65	1.409	1.460	1.510	1.561	1.611	1.662	1.712	1.763	1.814	1.864	1.915
70	1.449	1.505	1.562	1.618	1.674	1.731	1.787	1.844	1.900	1.956	2.013
75	1.490	1.553	1.615	1.678	1.740	1.803	1.865	1.928	1.991	2.053	2.116
80	1.533	1.602	1.671	1.740	1.809	1.878	1.947	2.017	2.086	2.155	2.224
85	1.577	1.653	1.729	1.805	1.881	1.957	2.033	2.110	2.186	2.262	2.338
90	1.623	1.706	1.790	1.873	1.957	2.040	2.124	2.207	2.291	2.374	2.458
95	1.670	1.761	1.853	1.944	2.035	2.127	2.218	2.309	2.401	2.492	2.583
100	1.719	1.819	1.918	2.018	2.118	2.217	2.317	2.417	2.516	2.616	2.715
105	1.770	1.878	1.987	2.095	2.204	2.312	2.421	2.529	2.637	2.746	2.854
110	1.823	1.940	2.058	2.176	2.294	2.412	2.529	2.647	2.765	2.883	3.000
115	1.877	2.005	2.133	2.260	2.388	2.516	2.643	2.771	2.899	3.026	3.154
120	1.934	2.072	2.210	2.348	2.487	2.625	2.763	2.901	3.039	3.177	3.315
125	1.993	2.142	2.291	2.440	2.590	2.739	2.888	3.037	3.186	3.336	3.485
130	2.054	2.215	2.376	2.537	2.697	2.858	3.019	3.180	3.341	3.502	3.663
135	2.117	2.290	2.464	2.637	2.810	2.984	3.157	3.330	3.504	3.677	3.850
140	2.183	2.369	2.556	2.742	2.928	3.115	3.301	3.488	3.674	3.861	4.047
145	2.251	2.451	2.651	2.852	3.052	3.252	3.453	3.653	3.853	4.054	4.254
150	2.321	2.536	2.751	2.966	3.181	3.396	3.611	3.826	4.041	4.256	4.471
155	2.395	2.625	2.856	3.086	3.317	3.547	3.778	4.008	4.239	4.469	4.700
160	2.471	2.718	2.964	3.211	3.458	3.705	3.952	4.199	4.446	4.693	4.940
165	2.550	2.814	3.078	3.342	3.607	3.871	4.135	4.399	4.664	4.928	5.192
170	2.631	2.914	3.197	3.479	3.762	4.044	4.327	4.610	4.892	5.175	5.458
175	2.716	3.018	3.320	3.622	3.924	4.226	4.528	4.830	5.132	5.434	5.736
180	2.805	3.127	3.449	3.772	4.094	4.417	4.739	5.062	5.384	5.707	6.029
185	2.896	3.240	3.584	3.928	4.273	4.617	4.961	5.305	5.649	5.993	6.337
190	2.991	3.358	3.725	4.092	4.459	4.826	5.193	5.560	5.927	6.294	6.661
195	3.090	3.481	3.872	4.263	4.654	5.045	5.437	5.828	6.219	6.610	7.001
200	3.192	3.609	4.026	4.442	4.859	5.275	5.692	6.109	6.525	6.942	7.358

表の見方であるが、行がルール数、列が元本に占める一括投資の割合で、そのクロスしたところの値が倍率である。たとえば、ルール数が110、元本割合が0.2の組み合わせは、価値は元本合計の2.058倍になる。