

銀行が輸入企業向けに販売した為替デリバティブ取引の評価

枇々木 規雄*

慶應義塾大学 理工学部 管理工学科

E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp

初稿：2012年6月9日

1. はじめに

銀行が中小企業に対して販売した為替デリバティブ取引が問題となっている [6, 7, 8]。金融庁により 2011年3月11日に公表された「中小企業向け為替デリバティブ取引状況（米ドル/円）に関する調査の結果について（速報値）」¹を見ると、金融庁が銀行（121行）に対し、2004年度以降に販売された中小企業向け為替デリバティブ取引契約（米ドル/円）に関する 2010年9月30日時点での状況の聞き取り調査の結果が示されている。全販売契約数は63,700件（輸入業者向け 59,500件、輸出業者向け 4,200件）、2010年9月末現在の残存契約数は40,500件（輸入業者向け 40,200件、輸出業者向け 300件）で、契約を保有する企業数は約19,000社であることを公表している。2010年1月以降に銀行へ寄せられた苦情件数も548件（企業数は約300社）で、リーマンショックが発生した2008年9月以前の2004～2007年度までに販売された契約の合計苦情件数は、全体の約9割を占めている。

2011年8月28日の日本経済新聞の朝刊にも、円高で多額の損失を被った企業がADR機関への救済申請が急増していることが報道された。ADR(Alternative Dispute Resolution)とは「裁判外紛争解決手続」のことである。ADR機関の一つである全国銀行協会の「あっせんの申立て事案の概要とその結果」によると、デリバティブ取引の解約要求などのあっせん申立ての理由とその件数は表1の通りである²。

表1を見ると、銀行が説明不十分で企業と契約を締結している例が多い。ヘッジニーズがなかったり、不十分なヘッジニーズの検証で契約したりとあっせんの申立て理由は販売した銀行にとって問題が多いと言わざるを得ない。申立てに対するADR機関のあっせん手続きの結果を表2に示す。

表2を見ると、約80%で和解が成立している。しかし、残りはあっせん打切りで、その理由は「当事者双方の主張に隔たりが大きく、あっせん成立の見込みがない」ことであり、このような案件は今後裁判で争われる可能性もある。

*本稿での議論はした一般的な評価方法を用いているが、出てきた結果は前提とする為替レートモデルおよびパラメータ、想定した企業収益関数に依存する。評価方法の数学的な理解は必ずしも必要としないが、前提条件や内容を理解せずに出てきた結果（数値）だけを利用することは誤った結論を導くことになる。したがって、個別の案件を議論するためには、個別の商品に合わせて議論する必要がある。その点に注意して、お読みいただきたい。

¹<http://www.fsa.go.jp/news/22/ginkou/20110311-2.html>

²全国銀行協会のホームページ [8] から著者がまとめたものである。申立ての理由が似ているものはまとめている。たとえば、「過大なヘッジ比率により締結」の中には「会社の実績に合わない規模の取引」「過大な金額により締結」「ヘッジ対象額を超える可能性のある取引」なども含めている。

表 1: あっせん申立て理由とその件数

あっせん申立ての契約締結理由	2010年		2011年			件数 合計	比率 (%)
	四半期	第3	第4	第1	第2		
説明不十分で締結		10	10	48	28	21	117 (40)
ヘッジニーズがないにもかかわらず締結		2	3	7	35	29	76 (26)
不十分なヘッジニーズの検証で締結				2	18	29	49 (17)
過大なヘッジ比率により締結		1		4	4	17	26 (9)
不十分な財務耐久性の検証で締結					5	6	11 (4)
その他		5	2	1	1	1	10 (3)
件数合計		18	15	62	91	103	289 (100)
比率 (%)		(6)	(5)	(21)	(31)	(36)	(100)

表 2: あっせん手続きの結果とその件数

あっせん手続きの結果	2010年		2011年			件数 合計	比率 (%)
	四半期	第3	第4	第1	第2		
和解契約書の締結		9	12	47	80	80	228 (79)
あっせん打切り		9	3	14	9	21	56 (19)
あっせん不調 [†]				1		1	2 (1)
適格性審査前に申立取下げ					1		1 (0)
事情聴取後に申立取下げ					1	1	2 (1)
件数合計		18	15	62	91	103	289 (100)

† 申立人があっせん案不受諾

時期がずれているので正確な比較はできないとはいえ、2010年1月以降に銀行へ寄せられた苦情件数の548件、全国銀行協会のあっせん申立て件数の289件は、2010年9月末の残存契約数40,500件に比べて、1%程度であり、今後も申立て件数は増加すると予想される³。このような銀行の為替デリバティブ問題は弁護士が取り扱うことが多く、法律的な議論が多い。著者自身は法律の専門家ではないので、そのような議論は弁護士に任せることにしたいが、その一方で金融工学技術を利用した評価はほとんど存在しない。具体的には「ヘッジ商品としては問題がある」とか「銀行が買ったプットオプション価値は、中小企業が買ったコールオプション価値よりも高く、ゼロコストで取引をした銀行は大きな利益を得ている」という点の評価をきちんと議論する必要があると考える⁴。当然のことであるが、円高になっ

³ADR機関のあっせんではなく、銀行と中小企業の当事者間で解決しているケースもあるかもしれない。一方で、中小企業は銀行に比べて立場が弱いことや、ADR機関に申立てを行うことによって、為替デリバティブでの損失発覚が商取引へ影響することを恐れて、中小企業が二の足を踏んでいるケースも多い可能性もある。また、2012年6月8日の日本経済新聞の朝刊によると、『全銀協によると、為替デリバティブ問題は峠を越えつつあるという。契約件数が多い時期は円安が定着していた06年から07年ごろで、契約の多くは5年程度だからだ。今年4～6月の為替デリバティブ関連の相談件数は減少傾向にあるという。』と書かれている。しかし、契約期間が終わっても中小企業の経営に対する影響は多大であり、この問題が解決するためには時間がかかると考えられる。

⁴佐藤[6]の第4章には銀行の得た利益の計算例が掲載されている。

て中小企業の損失が出たからといって、金融取引(商品)を事後的に評価してはいけない⁵。すなわち、この金融商品が「事前の意味で」為替リスクのヘッジ商品として適正なものであったのか、正当な価格付けがされていたのかを検証する必要がある。

そこで、本稿では中立的な立場から問題となっている為替デリバティブ取引について、金融工学の理論を用いて評価する。商品設計は個別性があるため、一概には言えないが、佐藤[6]でも紹介されていて、2.1節でも取り上げる典型的な為替デリバティブ取引について評価する。

本稿で議論する論点と明らかにしたことを以下にまとめる。

(1) 商品設計に問題はるか?

この点については定性的な評価と定量的な評価を行う。

(A) 定性的評価

為替変動すると損失をもたらすか、もしくはロックアウト条件が付いている場合には契約が消滅するので、リスクヘッジ商品になっていない(円高になると損失が出るから問題なのではなく、円安になってもヘッジできない商品であることが問題である)。

(B) 定量的評価

GKモデル(通貨版BSモデル)⁶を用いて長期の為替変動を記述すると、大きく変動する可能性が高くなり、適切に評価できない可能性がある⁷。そこで、平均回帰モデル⁸を用いて、オプションによるペイオフの現在価値の分布およびそれから計算されるリスク指標(VaR, CVaR)で評価する。結果は平均回帰パラメータに依存するが、過去15年のヒストリカルデータから推定されたパラメータを用いると、かなり大きなリスクを背負うことになる。また、企業収益を想定した分析結果では、ダウンサイドでの分布の改善が全く見られていない(リスク指標は少しだけ改善されたが、微々たるものである)ので、リスクヘッジ効果は全くないと言ってよい⁹。過大なヘッジ比率の場合やリスクヘッジニーズがない場合には想定した企業収益の影響が少なくなるため、為替デリバティブ取引も含めた企業収益のリスク指標は高くなる。

(2) 事前の意味で、銀行は不当な(法外な)利益を得ているか?

GKモデルを用いると、ロックアウト条件付きの米ドルコール円プットオプションのオプション価値はロックイン条件付きの米ドルプット円コールオプションのオプション価値よりも小さくなり、銀行は大きく利益を得ている。しかし、平均回帰モデルを用いるとヒストリカルデータから求めた平均回帰速度を用いた場合、2つのオプション価値は近い値をとり、必ずしも銀行は大きな利益を得たとはいえない。平均回帰速度の値に依存するが、場合によっては企業が得たオプション価値の方が大きくなる場合もある。したがって、たとえ商品設計に問題があったとしても、理論的には事前の意味で銀行が不

⁵事後的にこの商品の善し悪しの評価はしても構わないが、それを事前の意味での善し悪しとして問題にしてはいけない。

⁶Garman and Kohlhagen[2]によるモデルで、Black and Scholes モデルの通貨版である。

⁷5年後に75円になる確率が約25%、60円になる確率が約5%で、50円になる確率も約1%と想定され、実際に円高にはなったものの、ヒストリカルデータから見ると、事前の意味では過大評価であると考えられる。

⁸Sorensen[4]、Ekvall, Jennergren and Naslund[1]は、OU過程(平均回帰過程)を用いて対数為替レートの変動を記述し、オプション価格を計算している。

⁹想定した収益関数に依存するので、注意は必要である。

当な利益を得ていたとは言い切れない¹⁰。

本論文の構成は以下の通りである。2節では、対象とする為替デリバティブ取引である通貨オプション取引の概要を示す。取引によるペイオフ関数やオプション価値とリスク評価の方法の概要を説明する。3節では、理論的にオプション価値とリスク評価の方法を説明するために、まずはじめに平均回帰モデルとそのパラメータの推定方法を説明する。次に、リスクヘッジ効果を見るために企業の利益の為替レートによる影響もモデル化する。さらに、オプション価値とリスク評価を行うためのモンテカルロ法によるシミュレーションのアルゴリズムを説明する。4節では、ヒストリカル・データを用いてパラメータを推定し、具体的にオプション価値とリスク評価を行い、考察する。5節では、為替デリバティブ取引の企業収益に対する影響を調べ、考察する。6節ではまとめとこの問題に対する意見を簡単に述べる。

2. 為替リスクヘッジ商品の評価

2.1. 通貨オプション取引

本稿では銀行が中小企業に販売した通貨オプション取引の例として「米ドル円消滅条件付きリバースギャップレシオ連続型(金額遡増型)通貨オプション(輸入型)」と呼ばれる表3のような取引内容の金融商品を対象とする¹¹。

表 3: 通貨オプション取引の概要

種類		オプションA 米ドルコール円プット	オプションB 米ドルプット円コール
買い手		企業	銀行
売り手		銀行	企業
金額	第一期間	US\$50,000.00	US\$100,000.00
	第二期間	US\$100,000.00	US\$200,000.00
行使価格		96.9円/米ドル	109.9円/米ドル
ノックイン価格		—	96.9円/米ドル
ノックアウト価格		122円/米ドル	
取引約定日		2007年11月XX日	
受渡日	第1期間	2008年1月から2010年3月(計27回)	
	第2期間	2010年4月から2012年11月(計32回)	
		計59回	
プレミアム		支払分と受取分が差引計算され、受払いはなし	

オプションAは米ドルコール円プットオプションで、全期間判定のアップ・アンド・アウトのノックアウト条件を含むオプションである。一方、オプションBは米ドルプット円コー

¹⁰GKモデルを用いると、想定としては過大とも思える円高水準も想定することになる。その結果、銀行が不当な利益を得たと結論を出すことになり、GKモデルを使っていない場合には、逆に不当な評価となる可能性がある。一方で、銀行は事後的に自分に有利な理論モデルを利用したと主張することも考えられる。したがって、この点を議論するためには、詳細は明かせないにしても、銀行は少なくとも評価モデルの概要および用いたパラメータの概算値を開示する必要がある。

¹¹対象とする通貨オプション取引は、裁判所にて実際に裁判の対象となっているものである。

ルオプションで、行使期日判定のダウン・アンド・インのノックイン条件と全期間判定のアップ・アンド・アウトのノックアウト条件を含むオプションである。

2.2. ペイオフ関数

表3の契約を行った企業の第一期間におけるペイオフを図1に示す¹²。第二期間ではペイオフは2倍になる。

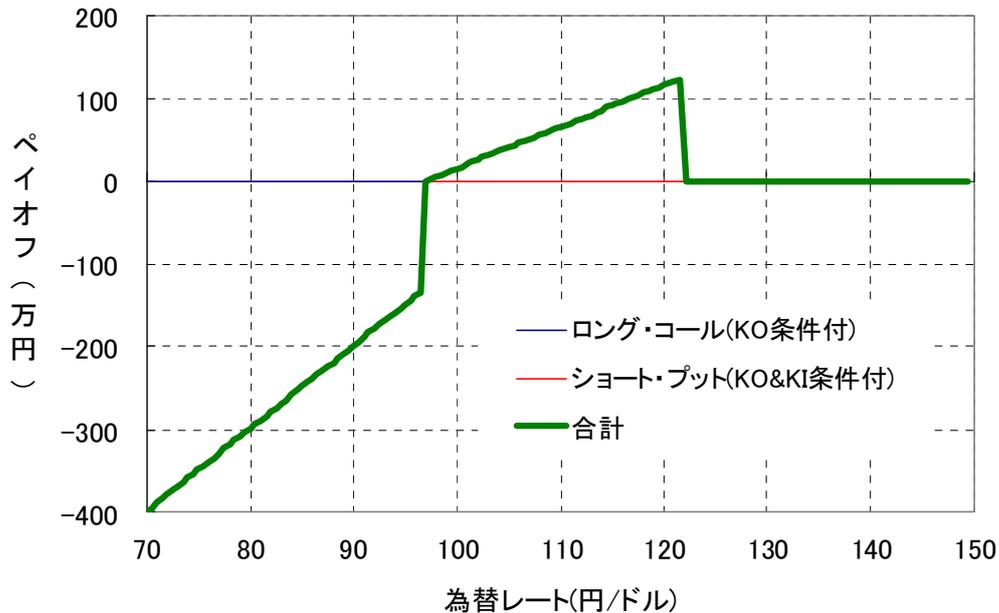


図 1: 企業のペイオフ関数

為替レートがオプションA(米ドルコール円プット)の行使価格の96.9円からノックアウト価格の122円の間はオプションAによって企業のペイオフはプラスになる(利益が得られる)。しかし、為替レートがノックアウト価格の122円を超えるとペイオフは0、逆に為替レートがオプションB(米ドルプット円コール)のノックイン価格の96.9円を下回ると、企業のペイオフはマイナスになり、円高になるほど損失が大きくなる。しかも、オプションBは行使価格の109.9円とノックイン価格の96.9円に差があるため、ノックイン価格を下回った瞬間にその差の分だけ急激に損失が大きくなる。

このペイオフ関数を見るだけで、この通貨オプション取引がリスクヘッジ商品でないことは2つの点で説明できる。

- (1) この商品を購入する企業は輸入企業を想定しており、円安になると為替リスクを背負うことになる。122円までの円安であれば、為替リスクをヘッジできるが、ノックアウト条件によって122円を上回る円安になると商品自体が消滅するため、為替リスクを全くヘッジできなくなる。
- (2) 企業は為替レートが変動しなければ利益が得られ、為替レートが大きく変動すると、損失が発生する。為替リスクとは、為替レートが変動することにより損失が発生する可能性のあるリスクである。為替レートが変動したときに損失が発生したのでは「為替リスクをヘッジできない」商品と言わざるを得ない。

¹²為替レートが122円を超えるとオプションは消滅するので、図1はオプションが存続している場合のペイオフを表す。

2.3. オプション価値の評価

このタイプの通貨オプション取引はゼロコストオプションである。これは図1のようなペイオフから計算されるリスク中立期待値(59回分の期待現在価値の合計)が0であることを意味する¹³。通貨オプション価値を評価する最も基本的なモデルは Garman and Kohlhagen[2] によるモデル(GKモデル)である。このモデルは Black and Scholes モデルの通貨オプション版である。GKモデルはバリアオプションとデジタルオプションを含むオプションに対しても解析解を得ることができ、シンプルで分かりやすい。しかし、図2の過去の為替レートの変動を見ると、円高傾向ではあるものの、平均回帰的に変動をとらえる方がよく、平均回帰モデルを使うのが適切である¹⁴。平均回帰することが想定される為替レートの変動を一般化ウィナー過程で記述すると、実際の変動よりも大きく変動すると想定されるため、アップ・アンド・アウトのロックアウト条件の付いている米ドルコール円プットの価格は低く見積もられやすい。なぜならば、大きく円安に変動したときのペイオフが0になるからである。一方、米ドルプット円コールはロックアウト条件がダウン・アンド・アウトではないため、逆に価格が高く見積もられやすくなる。

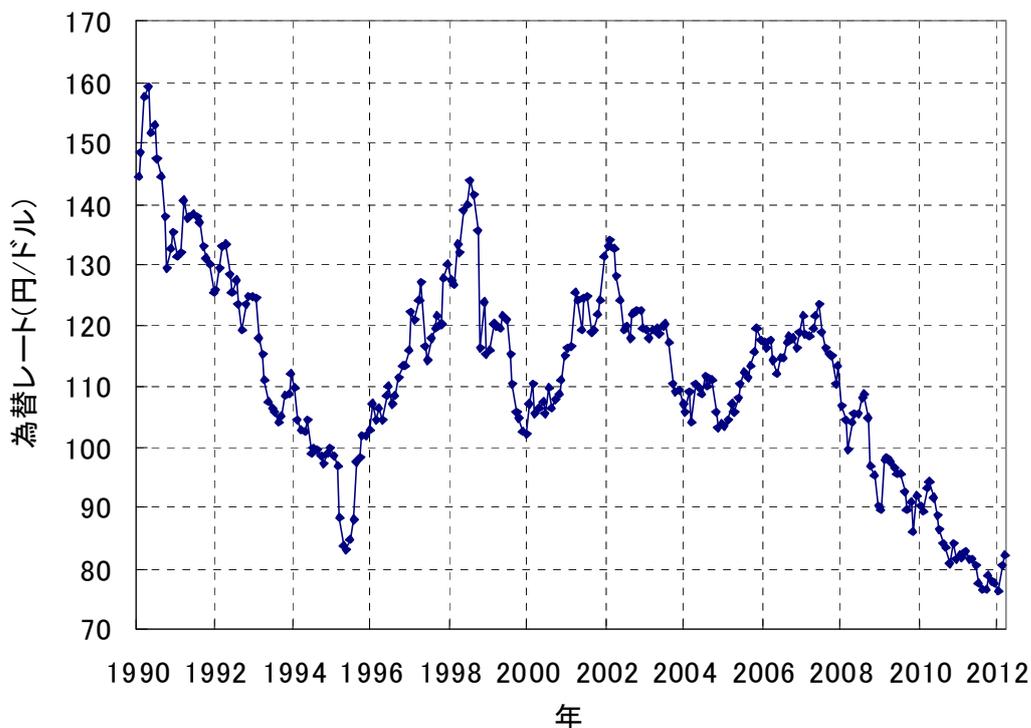


図 2: 為替レートの変動

その結果、この2つを組み合わせた通貨オプション取引をGKモデルで評価すると、オプション価値はマイナスとなる可能性が高くなる。佐藤[6]は自ら開発した計算プログラムを使って銀行が得た利益の計算例(p.119, 表8)を示し、米ドルコールに比べて米ドルプットの

¹³銀行は企業から手数料を利益として受け取ることができるので、実際にはマイナスである。もちろん、このことは悪いことではないが、利益が不当に大きいと問題がある。

¹⁴2008年以降の急激な円高を見ると、平均回帰性は弱く見えるが、対象とする通貨オプション取引の多くが販売されていたと言われる2007年頃までを見ると、平均回帰モデルで評価するのが適切である。平均回帰モデルを用いた通貨バリアオプションの評価を行っている例として、Hui and Lo[3]がある。

方がオプション価値が高く、その差額を銀行が利益を得たとしている。しかし、前述の通り、為替変動の想定が正しくなければ、必ずしもフェアに評価をしているとは言えない¹⁵。

そこで、為替レートの確率過程として平均回帰モデルを用いて、オプションの価値評価およびリスク評価を行う。ただし、本稿で対象とする通貨オプション取引は複雑であるため、モンテカルロ法を用いる。この平均回帰モデルの平均回帰パラメータを 0 とすると、GK モデルと同じになる。したがって、GK モデルも含めて、価値評価やリスク評価の感度分析が可能である。

3. オプション価値計算法とリスク評価法

3.1. 平均回帰モデル

(1) 式に示す確率過程で為替レート F の変動モデルを記述する (Hui and Lo[3])。

$$\frac{dF}{F} = \left\{ \kappa \left(\ln \bar{F} - \ln F \right) + (r - r_f) \right\} dt + \sigma dW \quad (1)$$

ここで、

\bar{F} : 条件付き平均為替レート (過去の平均レート)

κ : 平均回帰速度

σ : 為替レートの変動率 (対数為替レート) のボラティリティ

r : 国内通貨金利

r_f : 外国通貨金利

W : 標準ウィナー過程

である。伊藤のレンマを用いると、(2) 式のように書き直すことができる¹⁶。

$$dx = \left\{ \kappa \left(\ln \bar{F} - x \right) + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) \right\} dt + \sigma dW \quad (2)$$

ここで、 $x = \ln F$ である。本稿ではモンテカルロ・シミュレーションを用いて、平均回帰モデルによるオプション価値評価とリスク評価を行う。

3.2. パラメータの推定

(2) 式を離散化し、(3), (4) 式を用いて、一般化モーメント法 (GMM) によってパラメータ κ と σ を同時に推定する¹⁷。

$$\ln F_t - \ln F_{t-1} = \left\{ \kappa \left(\ln \bar{F} - \ln F_{t-1} \right) \Delta t + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t \right\} + e_t \quad (3)$$

$$e_t = \sigma^2 \Delta t + \eta_t \quad (4)$$

¹⁵銀行が GK モデルを用いているならば、正しく評価していることになる。

¹⁶ $a = \ln \bar{F} - \frac{\sigma^2}{2\kappa} + \frac{r-r_f}{\kappa}$ とすると、以下のような平均回帰過程の形式で書くことができる。

$$dx = \kappa (a - x) dt + \sigma dW$$

また、本稿では1カ月ごとの離散時間を用いるので、(1) 式のまま離散化を行い、為替レートの推移をモデル化してもそれほど影響はないだろう。

¹⁷乾, 室町 [5] を参考にして記述している。

パラメータ $\boldsymbol{\theta} = (\kappa, \sigma)^T$ を求めるために、誤差を0にする2つの条件と1つの直交条件を(5)式で設定する。

$$h_t(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} e_t \\ \eta_t \\ e_t (\ln \bar{F} - \ln F_{t-1}) \end{bmatrix}, \quad E[h_t(\boldsymbol{\theta})] = 0 \quad (5)$$

(6)式により、3つの条件を N 個のデータサンプルを用いて計算する。

$$g(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_t(\boldsymbol{\theta}) \quad (6)$$

(7)式に示す目的関数を最小化することによって、パラメータ $\boldsymbol{\theta} = (\kappa, \sigma)^T$ を求める¹⁸。

$$J(\boldsymbol{\theta}) = g(\boldsymbol{\theta})^T W(\boldsymbol{\theta}) g(\boldsymbol{\theta}) \quad (7)$$

3.3. 企業の想定収益

この商品を購入する企業は輸入企業を想定しており、円安になると円ベースの輸入原価が増加し、収益が減少する。一方、円高になると輸入原価が減少し、収益が増加する構造を持っている。しかし、円高になったとしても取引先から円高によるコストダウン(価格の引き下げ)を要求される可能性がある。一方、円安になった場合にはコスト増加により取引先との取引が減少し、線形的には減少しないだろう。そこで、本稿では企業収益 R_t を(8)式のような為替レートの日ロジスティック関数を想定する¹⁹。

$$R_t = \frac{2R^+}{1 + e^{k(F_t - F^*)}} - (R^+ - R^*) = \left(\frac{1 - e^{k(F_t - F^*)}}{1 + e^{k(F_t - F^*)}} \right) R^+ + R^* \quad (8)$$

ここで、 F_t は t 時点の為替レート、 R^* は基準となる為替レート F^* の場合の企業収益、 R^+ は為替レートが変動した場合の最大の変化幅を表す。つまり、企業収益の最大値は $R^* + R^+$ 、最小値は $R^* - R^+$ となる。ロジスティック関数の形状は k と R^+ によって決まる。 $F^* = 110$ とし、 $R^* = R^+ = 500$ で $k = 0.05, 0.1, 0.2$ の場合の為替レートと企業収益の関係を図3(左)に、 $k = 0.1$ で $R^* = R^+ = 100, 300, 500$ の場合を図3(右)に示す。このように、 R^* と R^+ を等しく設定している場合、以降は簡単のため、 R と記述する。

¹⁸ $W(\boldsymbol{\theta})$ の初期値として単位行列を設定し、以下の式を用いて、 $W(\boldsymbol{\theta})$ を更新し、パラメータの収束計算を行う。

$$W(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_t(\boldsymbol{\theta}) h_t(\boldsymbol{\theta})^T \right)^{-1}$$

¹⁹製品1個あたりの価格を p^* 、変動費を c_v 、販売数を N^* 、固定費を c_f とする。基準となる為替レート F^* に比べて、円高になると価格の引き下げ要求から価格は $p(F_t)$ に、円安になると販売数の減少により販売数は $N(F_t)$ にと、いずれも為替レート F_t の減少関数になると仮定する。企業収益 R_t は以下のように記述することができる。

$$R_t = \begin{cases} (p(F_t) - c_v F_t) N^* - c_f & F_t \leq F^* \text{ (円高)} \\ (p^* - c_v F_t) N(F_t) - c_f & F_t \geq F^* \text{ (円安)} \end{cases}$$

R_t に(8)式を用いることは、(8)式を上記の式に代入して求められる $p(F_t)$ と $N(F_t)$ を想定することになる。

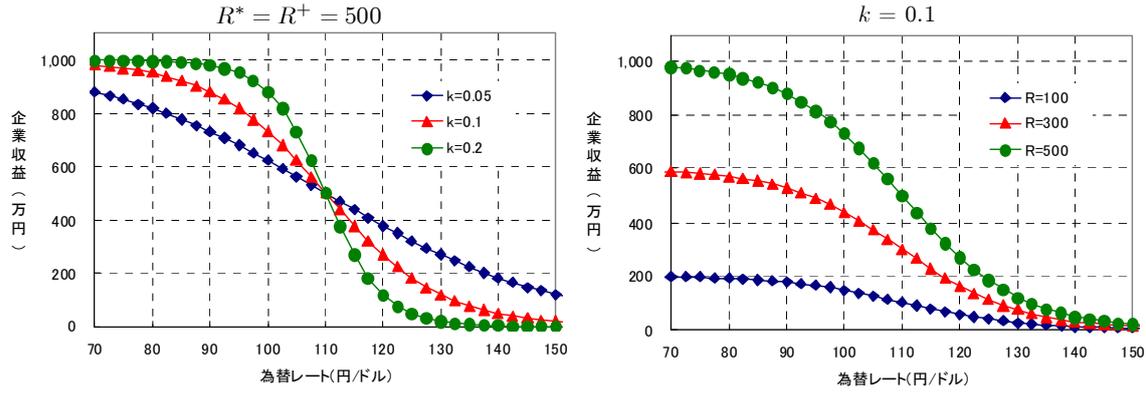


図 3: 想定する企業収益

現在の為替レートから1ドル大きくなったときに想定される企業収益の変化を $-X$ とするならば、 k として $\frac{2X}{R^+}$ を設定する²⁰。

3.4. シミュレーションのアルゴリズム

(1)式を離散化し、標準正規分布に従う確率変数 ε に対して、モンテカルロ法を用いて標準正規乱数を生成する。

$$\Delta x = \left\{ \kappa (\ln \bar{F} - x) + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) \right\} \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon \quad (9)$$

オプション価値とリスク評価を行う計算アルゴリズムを記述する。

(手順1) $t=0$ のときの為替レートを F_0 とする²¹。

(手順2) t 時点のパス m の為替レート $F_t^{(m)}$ を逐次的に計算する ($t=1, \dots, T$)。

$$F_t^{(m)} = F_{t-1}^{(m)} \exp \left[\left\{ \kappa (\ln \bar{F} - \ln F_{t-1}^{(m)}) + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) \right\} \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon_t^{(m)} \right] \quad (10)$$

(手順3) パス m の米ドルコール円プットオプションのペイオフの現在価値 $Q_C^{(m)}$ 、米ドルプット円コールオプションのペイオフの現在価値 $Q_P^{(m)}$ はそれぞれ (11), (12) 式のように計算できる。それらの差額が通貨オプション取引のペイオフの現在価値 $Q_V^{(m)}$ となる。

$$Q_C^{(m)} = \sum_{t=1}^T e^{-(r\Delta t)t} n_{c,t} B_t^{ko} \max(F_t^{(m)} - K_C, 0) \quad (11)$$

$$Q_P^{(m)} = \sum_{t=1}^T e^{-(r\Delta t)t} n_{p,t} B_t^{ko} B_t^{ki} \max(K_P - F_t^{(m)}, 0) \quad (12)$$

$$Q_V^{(m)} = Q_C^{(m)} - Q_P^{(m)} \quad (13)$$

²⁰現在の為替レートにおける収益関数の傾きが $-X$ に等しいとすると、

$$\frac{dR_t}{dF_t} = -\frac{2kR^+ e^{k(F_t - F^*)}}{(1 + e^{k(F_t - F^*)})^2} R^+ \quad \text{より、} \quad \frac{dR_t}{dF_t} \Big|_{F_t = F^*} = -\frac{kR^+}{2} = -X$$

となる。したがって、 $k = \frac{2X}{R^+}$ を得る。

²¹0時点ではパス m に依存しないが、手順2以降では記述の都合上、 $F_0^{(m)}$ と記述する。

ここで、

K_C : 米ドルコール円プットオプションの行使価格(円/米ドル)

K_P : 米ドルプット円コールオプションの行使価格(円/米ドル)

H_{uo} : アップ・アンド・アウトのノックアウト価格(円/米ドル)

H_{di} : ダウン・アンド・インのノックイン価格(円/米ドル)

$n_{c,t}$: t 時点の米ドルコール円プットオプションの取引金額(米ドル)

$n_{p,t}$: t 時点の米ドルプット円コールオプションの取引金額(米ドル)

である。 B_t^{ko} はノックアウト条件が成立していなければ(オプションが存在すれば) 1、成立していれば(オプションが消滅すれば) 0を表す。同様に、 B_t^{ki} はノックイン条件が成立していなければ 1、成立していれば 0を表す²²。

(手順4) 米ドルコール円プットオプションの価格 C 、米ドルプット円コールオプションの価格 P はそれぞれ(14), (15)式のように計算できる。それらの差額が通貨オプションの評価値 V となる。

$$C = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M Q_C^{(m)} \quad (14)$$

$$P = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M Q_P^{(m)} \quad (15)$$

$$V = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M Q_V^{(m)} = C - P \quad (16)$$

(手順5) パス m のペイオフの現在価値 $Q_V^{(m)}$ の経験分布を描き、金融機関がリスク評価に用いているリスク指標である VaR(バリュー・アット・リスク)や CVaR(条件付き VaR)を計算する。

(手順6) (8)式を用いて、企業収益 $R_t^{(m)}$ を為替レート関数として設定し、パス m ごとに $R_t^{(m)}$ の現在価値 $Q_R^{(m)}$ を計算する。通貨オプション取引のペイオフの現在価値 $Q_V^{(m)}$ を加えた企業収益 $Q_E^{(m)}$ を求め、経験分布やリスク指標 (VaR と CVaR) を計算する。

$$Q_R^{(m)} = \sum_{t=1}^T e^{-(r\Delta t)t} R_t^{(m)} \quad (17)$$

$$Q_E^{(m)} = Q_R^{(m)} + Q_V^{(m)} \quad (18)$$

4. 数値分析

4.1. パラメータの推定

日本銀行・主要時系列統計データ表(月次)²³の円・ドル為替レートと円無担保コール翌日物、連邦準備制度理事会(FRB)²⁴の米ドル・フェデラルファンド(FF)金利を用いて、平均回帰パラメータ κ とボラティリティ σ を求める。用いたデータ期間は1987年7月～2012

²²数式で書くならば、 $B_t^{ko} = \prod_{k=1}^t I_{\{F_k^{(m)} > H_{uo}\}}$ 、 $B_t^{ki} = I_{\{F_t^{(m)} < H_{di}\}}$ である。ここで、 $I_{\{A\}}$ は条件 A が成り立てば1、成り立たなければ0を表す定義関数である。

²³<http://www.stat-search.boj.or.jp/ssi/mtshtml/m.html>

²⁴<http://www.federalreserve.gov/releases/h15/data.htm>

年3月の月次データである。推定するパラメータは用いるデータの時期と期間の長さに依存する。その影響を調べるために、データ期間の長さを5年間、10年間、15年間、20年間の4種類として、1カ月ごとのウィンドウ期間をずらしながら、パラメータを推定する。たとえば、10年間のウィンドウ期間で2007年11月のパラメータを推定したい場合には1998年12月～2007年11月のデータを用いる。結果を図4と図5に示す。

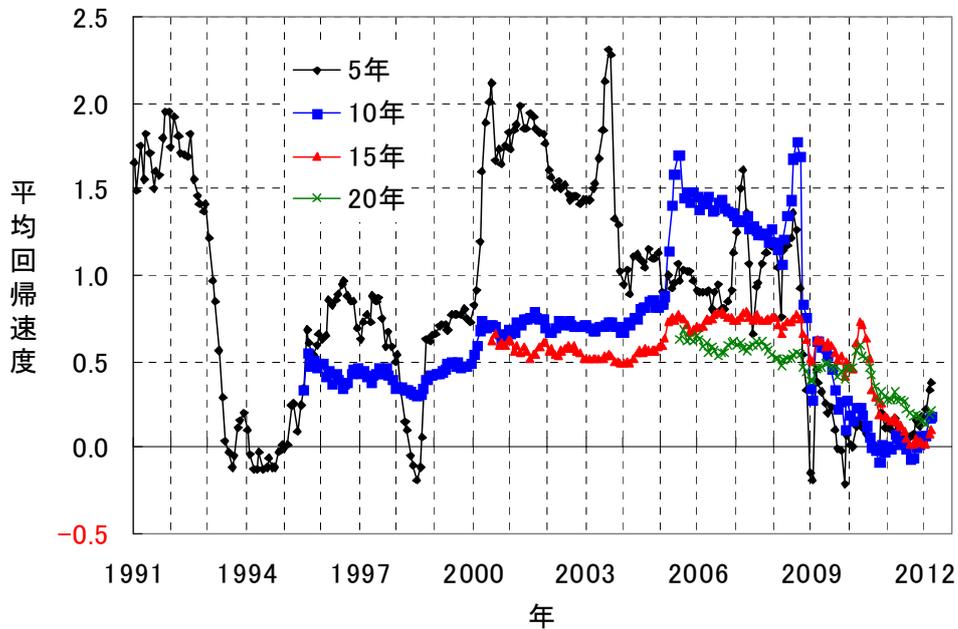


図 4: 平均回帰速度

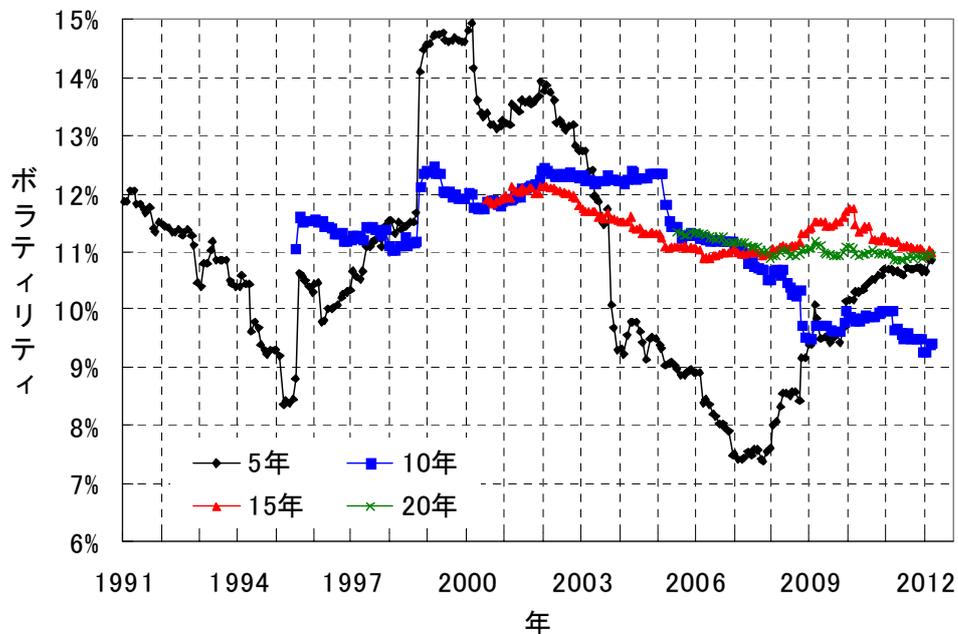


図 5: ボラティリティ

図4の平均回帰パラメータ κ は期間の長さや時期によって大きく異なることが分かる。15年間、20年間と比較的長い期間を用いると、2010年までは0.5～0.7 近辺で安定しているが、

1990年や2007年から始まる円高傾向を示す期間を含むと急激に値が小さくなり、1994年や2011年の κ は0に近い値を取っている。一方、図5のボラティリティを見ると、同様に15年間と20年間のデータを用いると、11%~12% 近辺で安定しているが、5年間のデータを用いる場合には7%~14%と変動が大きい。

本節の数値分析では、表3で示した通貨オプション取引の約定日が2007年11月中のため、2007年10月までのデータを用いてパラメータを推定する。15年間、10年間、5年間のデータを用いて、平均為替レート \bar{F} も含めて推定したパラメータを表4に示す。それぞれ、MRモデル①~③とする。ウィンドウ期間が短くなるほど、平均回帰パラメータ κ が大きくなり、5年の場合にはボラティリティ σ も小さくなる。また、15年間のデータを用いて、 $\kappa=0$ であるGKモデルも評価対象とする²⁵。

表 4: ケース分析に用いるパラメータ

	κ	σ	\bar{F}	パラメータ推定期間
GKモデル	0.000	0.108	113.74	1992年11月~2007年10月 (15年間)
MRモデル①	0.742	0.109	113.74	1992年11月~2007年10月 (15年間)
MRモデル②	1.239	0.107	117.02	1997年11月~2007年10月 (10年間)
MRモデル③	1.137	0.074	113.88	2002年11月~2007年10月 (5年間)

4.2. ケース分析

初期時点の為替レートを $F_0 = 111.03$ (円/ドル)、パス数を $M = 10,000$ 、期間数 $T = 59$ (カ月)として、図6に為替レートの分布のパーセント点を示す²⁶。

GKモデルを用いると、平均回帰性はないため、時間の経過とともに分布の幅が広くなり、5年後に75円になる確率が約25%、60円になる確率が約5%で、50円になる確率も約1%と想定される。過去に75円を下回ったことは一度もなく、事前の意味では過大評価であると考えられる。一方、MRモデルはウィンドウ期間が短くなるほど、平均回帰パラメータ κ が大きくなるため、為替レートの範囲が狭くなるのが分かる。MRモデル③では約93~129円の範囲、MRモデル②でも約89~141円の範囲を動くことになる。約80円になった1995年頃のデータを含めておらず、このパラメータを用いることは事前の意味でも過小評価であると考えられる。MRモデル①の取り得る範囲は約79~144円であり、この4つのモデルの中では、MRモデル①が最も適切なパラメータを利用していると考えられる。

²⁵GKモデルのボラティリティは標本標準偏差として推定している。

²⁶見やすくするために、パーセント点の線グラフとして描いている。ある為替レートの推移ではないので、注意されたい。

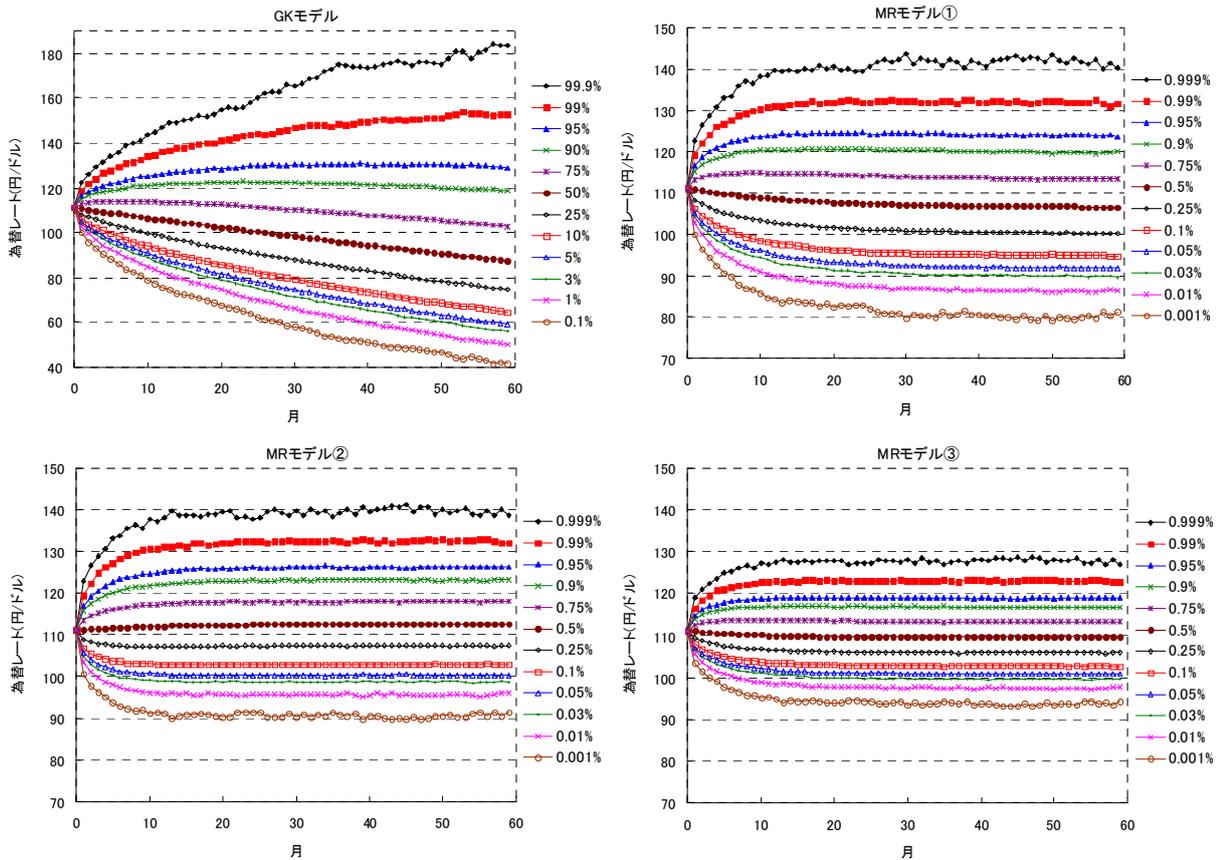


図 6: 為替レートの分布 (パーセント点)

次に、表3の為替デリバティブ取引に対し、各モデルを用いて求めたオプション価値とペイオフの現在価値のリスク指標 (VaR, CVaR) を表5に、ペイオフの現在価値の分布を図7に示す²⁷。

表 5: オプション価値とリスク指標

※ 単位 (万円)

	オプション価値			VaR		CVaR	
	合計	コール	プット	95%	99%	95%	99%
GK モデル	-8,965	1,357	10,322	29,469	36,630	33,795	39,577
MR モデル①	1,038	2,546	1,508	5,653	10,933	8,864	13,145
MR モデル②	2,470	2,608	137	-243	-79	59	975
MR モデル③	4,669	4,751	81	-960	-368	-495	254

²⁷表3の為替デリバティブ取引の各パラメータの値は、 $K_C = 96.90$ (円/ドル), $K_P = 109.90$ (円/ドル), $H_{uo} = 122.00$ (円/ドル), $H_{di} = 96.90$ (円/ドル), $n_{c,t} = 5$ ($t = 1, \dots, 27$), $n_{c,t} = 10$ ($t = 28, \dots, 59$), $n_{p,t} = 10$ ($t = 1, \dots, 27$), $n_{p,t} = 20$ ($t = 28, \dots, 59$) とする。ここで、 $n_{c,t}$, $n_{p,t}$ の単位は「万ドル」である。

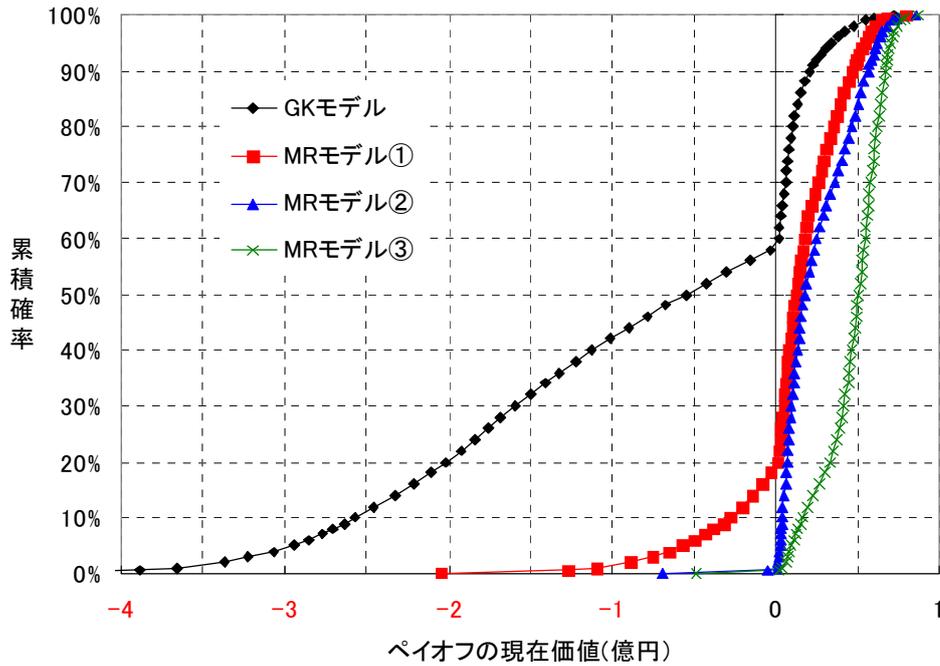


図 7: オプション・ペイオフの現在価値分布

オプション価値やリスク指標はモデルによって大きく異なり、平均回帰パラメータが大きくなるほど、オプション価値は大きくなり、リスク指標は小さくなる。 $\kappa = 0$ である GK モデルのオプション価値は大きなマイナスの値であり、一方リスク指標は極めて大きい。図7の分布を見ると、マイナスのペイオフを持つ確率が約60%で3億円以上損する確率が5%も存在することが分かる。それに対して、MRモデル①はGKモデルよりもリスク指標の値は小さくなるものの、95% VaR は5,653万円、99% VaR は10,933万円と大きく損失を被る可能性がある。一方、オプション価値は1,038万円とプラスの値である。これは銀行側から見るとオプション価値がマイナスであることを表すため、平均回帰モデルを用いたとしてもこのパラメータを設定したとは考えられない。

そこで、オプション価値が0に近くなるパラメータの組み合わせを調べるために、 $r = 0.5\%$, $r_f = 4.5\%$, $\bar{F} = 113$ (円/ドル)のもとで、平均回帰モデルのパラメータ(κ と σ)を変化させたときのオプション価値を図8に示す。

ボラティリティが小さいほど、平均回帰速度が大きくなるほど、企業側からみたオプション価値は高くなる。オプション価値が0となるパラメータの組み合わせはおおよそであるが、 $(\kappa, \sigma) = (0.3, 0.06), (0.4, 0.08), (0.5, 0.1), (0.7, 0.12)$ のときであることがわかる。

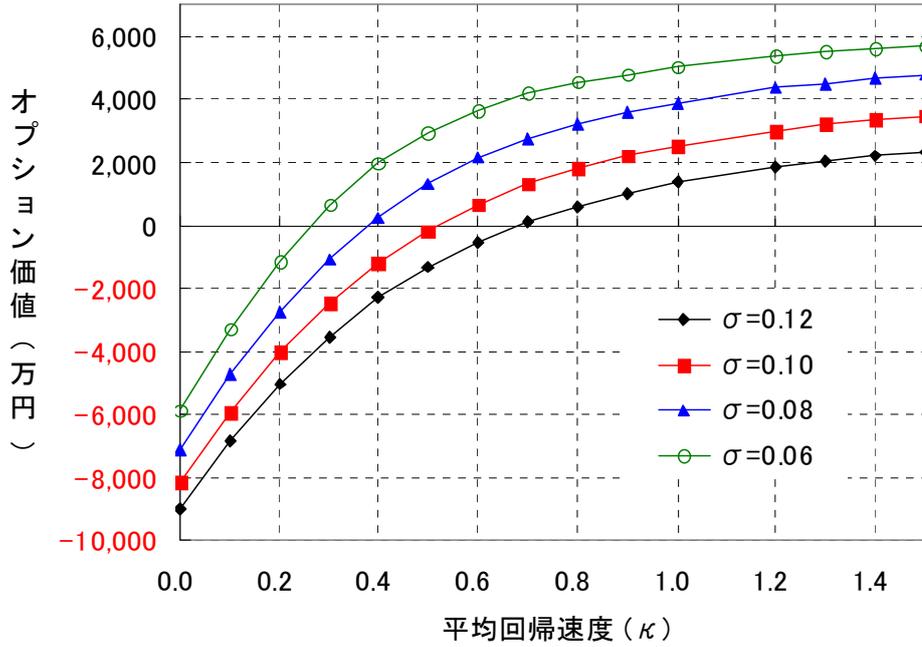


図 8: 平均回帰モデル：パラメータとオプション価値の関係

5. 企業収益の評価

企業収益関数((8)式)のパラメータの組み合わせとして、以下のような2つのケース(図3)に対して、デリバティブ(通貨オプション取引)の有無で異なる企業収益分布をそれぞれ求め、比較する。

(ケース1) $R = 500$ で $k = 0.05, 0.1, 0.2$ の場合(図3(左))

(ケース2) $k = 0.1$ で $R = 100, 300, 500$ の場合(図3(右))

まずはじめに、オプションによるペイオフを考慮した後の企業収益を図9, 図10に示す。

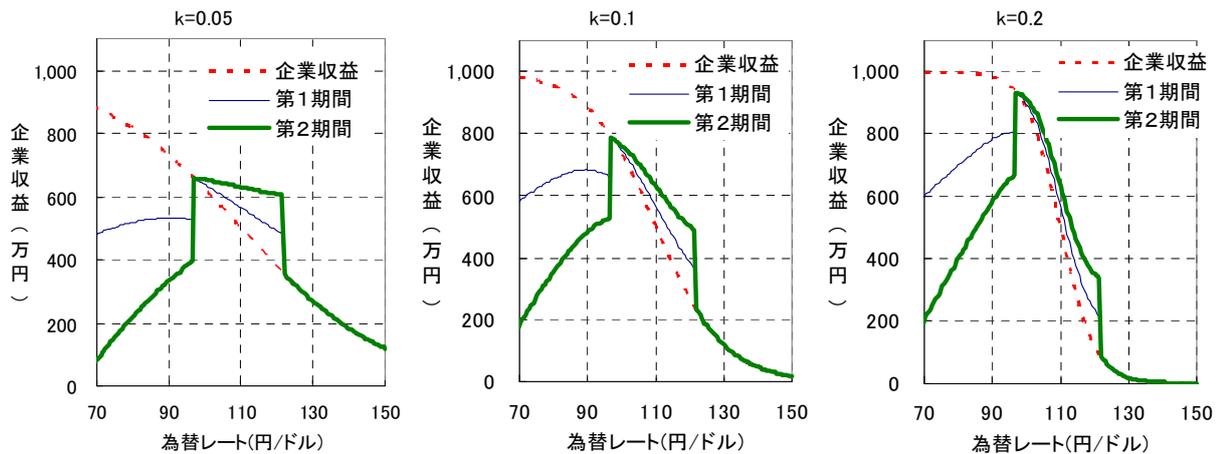


図 9: オプション考慮後の企業収益(ケース1)

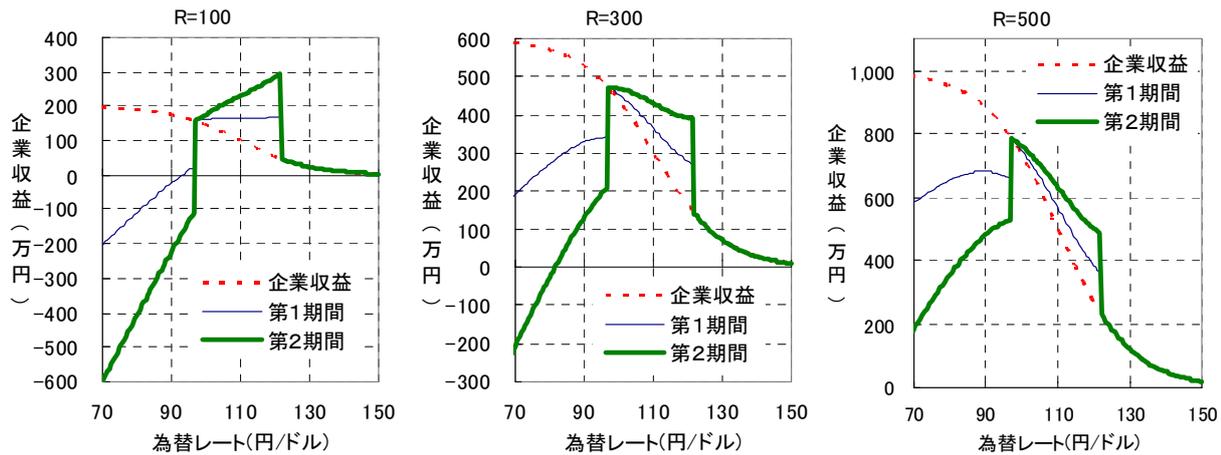


図 10: オプション考慮後の企業収益(ケース 2)

4節の分析結果からも分かるように、用いるモデルや設定するパラメータによって結果は大きく異なることが分かる。 k や R が小さくなるほど、為替レートによる企業収益の変動は小さくなるため、円高の場合の収益が小さくなり、為替デリバティブ(通貨オプション取引)による影響が大きくなる。特に、図10を見ると、 R の影響は大きく、オーバーヘッジの状態でも円高に大きく変動すると、企業収益が大きくマイナスになることも分かる。

次に、4節の分析結果から、平均回帰モデルで為替変動を記述し、図8においてほぼオプション価値が0となる $\kappa = 0.5$, $\sigma = 0.1$ の場合の企業収益の現在価値への影響を調べる。

為替レートが現在の価格のまま推移したときの企業収益を基準として、その基準からの変化の現在価値のリスク指標 (VaR, CVaR) を計算する。ケース1、ケース2のそれぞれのリスク指標 (VaR, CVaR) を表6に示す。また、企業収益の現在価値分布をそれぞれ図11、図12に示す。

表 6: 企業収益変化の現在価値のリスク指標

※ 単位(万円)

ケース	k	R	デリバティブ無し				デリバティブ有り			
			VaR		CVaR		VaR		CVaR	
			95%	99%	95%	99%	95%	99%	95%	99%
1	0.05	500	4,869	8,355	6,958	9,943	3,953	7,383	6,023	9,052
	0.10	500	8,188	13,616	11,504	15,903	6,691	12,727	10,357	14,989
	0.20	500	11,437	18,631	15,673	20,510	9,926	17,479	14,504	19,622
2	0.10	100	1,638	2,723	2,301	3,181	6,969	11,443	9,835	13,454
	0.10	300	4,913	8,170	6,902	9,542	4,074	7,386	6,056	8,739
	0.10	500	8,188	13,616	11,504	15,903	6,691	12,727	10,357	14,989

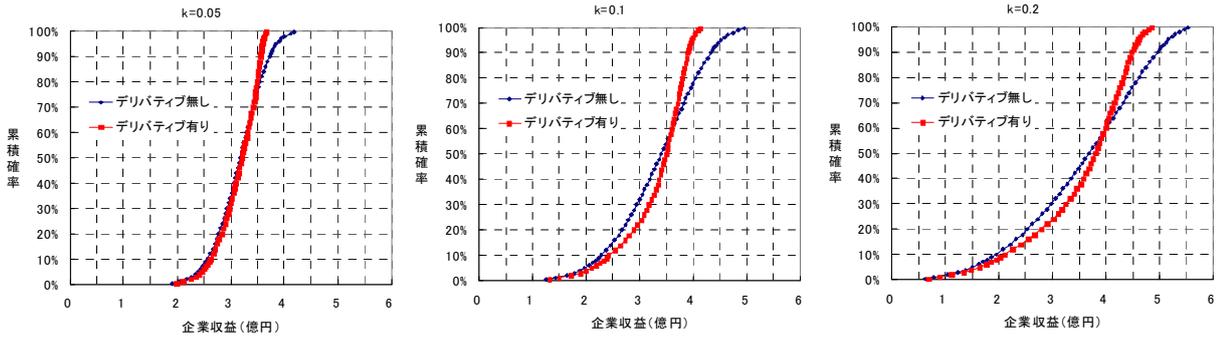


図 11: 為替デリバティブによる企業収益への影響(ケース1)

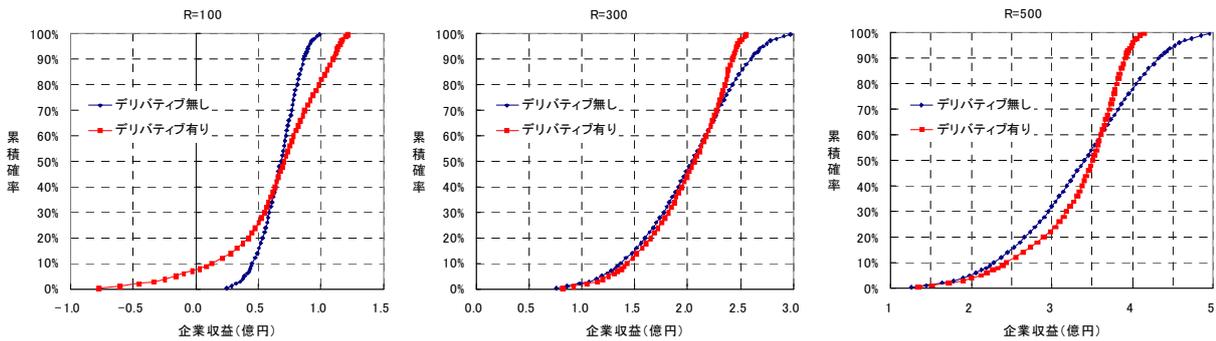


図 12: 為替デリバティブによる企業収益への影響(ケース2)

表6を見ると、ケース1ではデリバティブを含めると、その減少額はわずかであるが、リスク指標 (VaR、CVaR) は値が小さくなっている。しかし、図11を見ると、10%以下のパーセント点のデリバティブの有無による違いはほとんどみられない。特に、 $k = 0.05$ では80%以下の大部分でデリバティブを含めても分布はほとんど変わらない。その一方で企業収益の大きい部分でデリバティブの影響が出ている。これは円高によるデリバティブの損失が企業収益の減少をもたらすからである。一方、ケース2でも $R = 300$ ではリスク指標は小さくなるが、 $R = 100$ ではリスク指標は大幅に大きくなる。特に、図12を見ると、 $R = 100$ では企業収益の大きさも約7.4%の確率でマイナスになることも分かる。 $R = 300$ ではデリバティブを含めても分布の70%以下の部分でほとんど変わらない。

企業収益の変化の詳細を調べるために、 $R = 100, 300, 500$ に対し、シナリオ(パス)ごとの企業収益の変化の散布図とデリバティブを含む企業収益の現在価値と平均為替レートとの関係を図13~15に示す。左図は10000個のシナリオごとにデリバティブを含まない本来の企業収益の現在価値とデリバティブを含む場合の企業収益の現在価値の散布図を示す。右図は同様に10000個のシナリオごとにデリバティブを含む企業収益の現在価値と平均為替レートとの関係を示す。

企業収益の現在価値の低い部分ではデリバティブを含む効果があるが、その一方で高い部分ではデリバティブにより大きく損失が出る様子が分かる。また、図9、図10からも分かっていることだが、企業収益は円安時だけでなく、円高時にも減少することも分かる。企業収益は $R = 500$ のときには円安時に大きく減少するが、 $R = 100$ のときには円高時に大きく減少することが分かる。

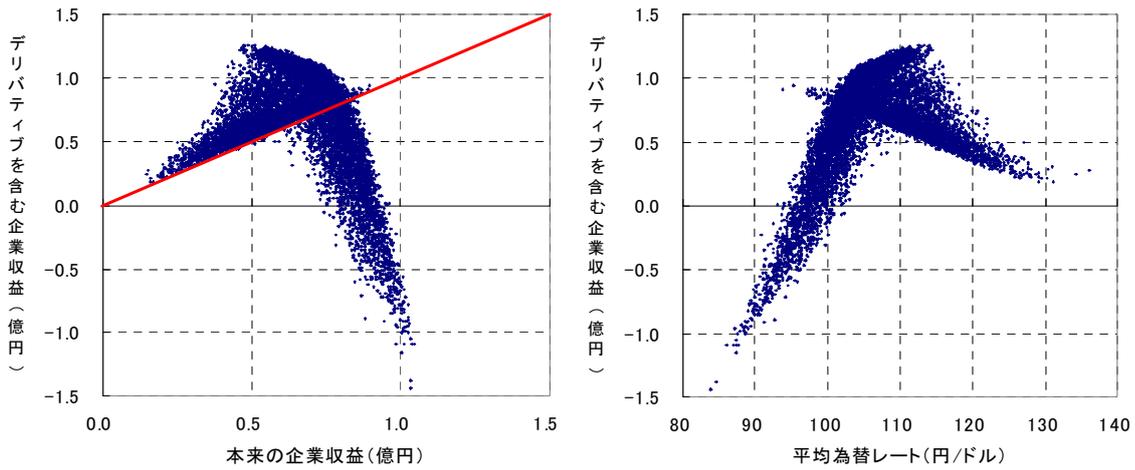


図 13: 企業収益の変化と為替レートとの関係 ($R = 100$)

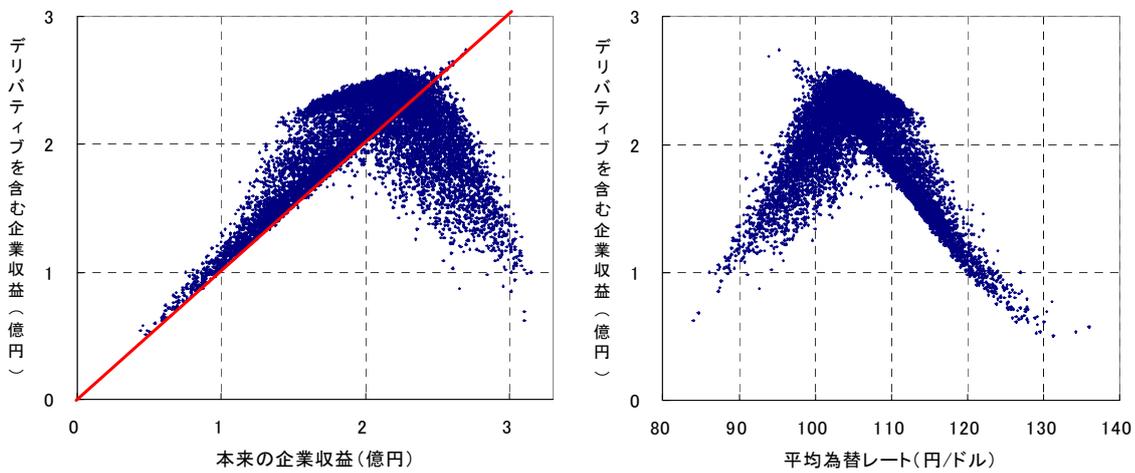


図 14: 企業収益の変化と為替レートとの関係 ($R = 300$)

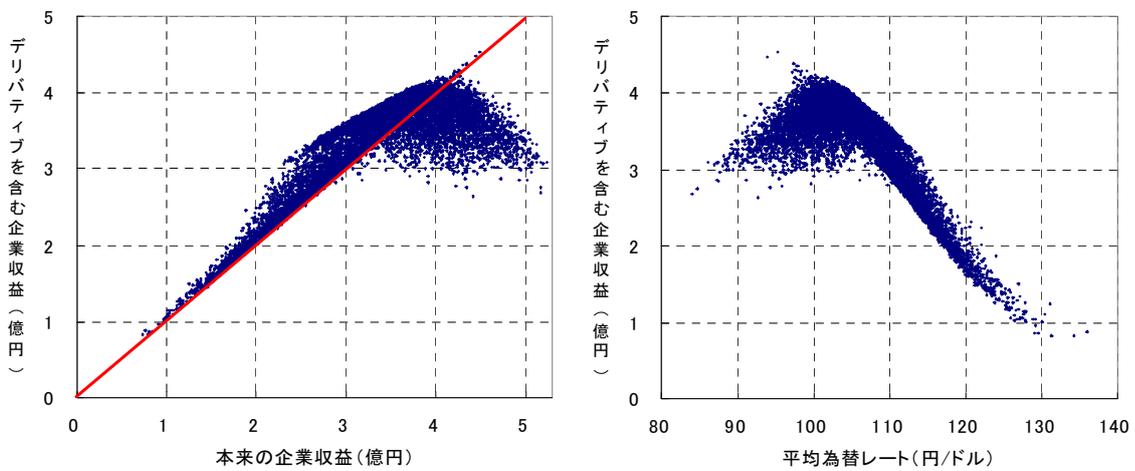


図 15: 企業収益の変化と為替レートとの関係 ($R = 500$)

6. おわりに

本稿では近年問題となっている銀行が中小企業に対して販売した為替デリバティブ取引について評価を行った。議論した論点と明らかにした点は最初に述べたとおりであるが、対象とした為替デリバティブ取引(通貨オプション取引)にリスクヘッジ能力がほとんどないと結論づけることはできる。一方で銀行がGKモデルを使ってオプション価値を評価していたのであれば、不当と思えるほど大きな利益を得ていたと言えるが、平均回帰モデルを用いているならば、必ずしも不当な利益をオプション取引から得ていたとは言いきれない。この点を明らかにするためには銀行の用いていたモデルおよびパラメータの開示が必要である。

ところで、銀行が販売した為替デリバティブ取引(通貨オプション取引)は、金銭価値以上に中小企業に対して大きな打撃を与えたと考えられる。輸入型企業にとって、円安時に収益が減少することは仕方ないと割り切ることもできるが、円高時に大きく収益が減少するのは納得しがたいからである。その意味で、このような金融商品を販売した銀行は、企業活動を支援するという金融機関としての本来の役割を果たせていないと言わざるを得ない。

金融商品販売法(金融商品の販売等に関する法律)によって販売に関しては法整備はある程度できており、本稿で対象とする為替デリバティブ取引についても契約を「説明不十分で締結」した場合にはこの対象になると考えられる。しかし、実際に契約をしてしまった場合、説明が「十分」か「不十分」かを証明することは難しい可能性がある。そのため、金融商品取引法で規制するような違法な商品ではなく、言い方はあいまいだが「グレーな」金融商品に関する法整備も必要になってくるだろう。製造物責任法(PL法)²⁸では金融商品は対象ではないため、PL法の適用はできない。しかし、金融機関が「金融商品」と名付けるものを販売するのであれば、金融機関は自覚と責任をもって社会に役立つ金融商品を作り、販売することを期待したい。そのために金融工学技術が利用されることを望んでいる。

参考文献

- [1] Ekvall, N., L. Jennergren and B. Naslund, Currency option pricing with mean reversion and uncovered interest parity: A revision of the Garman-Kohlhagen model, *European Journal of Operational Research*, Vol. 100, No.1(1997), pp.41-59.
- [2] Garman M.B. and S.W. Kohlhagen, Foreign Currency Option Values, *Journal of International Money and Finance*, Vol.2(1983), pp.231-237.
- [3] Hui, C.H. and C.F. Lo, Currency Barrier Option Pricing with Mean Reversion, *The Journal of Futures Markets*, Vol.26, No.10(2006), pp.939-958.
- [4] Sorensen, C, An Equilibrium Approach to Pricing Foreign Currency Options, *European Financial Management*, Vol.3, No.1(1997), pp.63-84.
- [5] 乾孝治, 室町幸雄, 金融モデルにおける推定と最適化, 朝倉書店, 2000.
- [6] 佐藤哲寛, 為替デリバティブ取引のトリック, PHP 研究所, 2011.
- [7] 中小企業の破綻増加は必至! 銀行がはめた為替デリバティブの罠, 週刊ダイヤモンド, 2010年12月4月号, pp.14-16.

²⁸製造物責任法(PL(Product Liability)法)の第二条で『「製造物」とは、製造又は加工された動産』と定義されている。また、第三条では「製造物の欠陥により他人の生命、身体又は財産を侵害したときは、これによって生じた損害を賠償する責めに任ずる。」と規定されている。

- [8] 全国銀行協会, あっせんの申立て事案の概要とその結果, 2011.
<http://www.zenginkyo.or.jp/adr/conditions/>.