

固定性預金比モデルを用いた流動性預金残高・満期の再推定

枇々木 規雄 岩熊 淳太
慶應義塾大学 理工学部 慶應義塾大学大学院 理工学研究科

2015年4月16日

1. はじめに

バーゼル II 規制に対応するために注目を集めたコア預金に関する議論が、バーゼル III に向けて再び活発になりつつある。バーゼル II では銀行勘定の金利リスクは第 1 の柱に含まれていないため、資本賦課は要求されていないが、バーゼル III ではその規制内容の見直しが検討されているからである。コア預金残高(満期も含めて)は銀行勘定の金利リスクに影響を及ぼすため、その推定方法は今後ますます重要になるとと思われる。日本銀行 [2] は日本においてベンダーが提供しているコア預金モデルをタイプ別に特徴を整理するとともに、金利リスク管理における留意点を述べている。さらに、日本銀行 [3] は 2013 年 11 月 18 日に開催した「銀行勘定における金利リスク管理」に関するワークショップにおいてもコア預金モデルに関するプレゼンテーションが行われ、活発に議論が行われた。

コア預金モデルの多くは流動性預金のみを焦点を当てて、その残高を推定するモデルがほとんどである。それに対し、上武・枇々木 [1] は固定性預金の流動性預金に対する比率を固定性預金比と定義し、金利を説明変数とするモデルを通して流動性預金の残高を推定するモデルを提案している。その概要を示すために、モデルの構成要素を図 1 にまとめる。

固定性預金比を用いた 流動性預金推定モデル	固定性預金比: $\rho_t = \frac{D_t^F}{D_t^L} = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \ln r_t + \alpha_4$ 流動性預金残高: $D_t^L = \frac{A_t}{1 + \rho_t}, \quad A_t = D_t^F + D_t^L$
<ul style="list-style-type: none"> ➤ 固定性預金比(=固定性預金/流動性預金: D_t^F/D_t^L) をモデル化(上記はモデル4) ➤ 固定性預金比を用いて、流動性残高を推定する 	
預かり資産推定モデル	預かり資産変動率: $\lambda_t = \ln\left(\frac{A_{t+1}}{A_t}\right), \quad d\lambda_t = \mu dt + \sigma dz$
<ul style="list-style-type: none"> ➤ 銀行預かり資産 A_t の変動率は正規分布に従うと仮定する 	
市場金利推定モデル	Hull-White モデル: $dr_t = (\theta_t - ar_t)dt + \sigma dz_t$
<ul style="list-style-type: none"> ➤ 市場金利として、1週間物LIBORを用いる 	
流動性預金金利モデル	流動性預金金利: $r_t^L = \alpha + \beta r_t$
<ul style="list-style-type: none"> ➤ β: 市場金利に対する流動性預金金利の追従率 	
満期推定モデル	満期: $T_L = \frac{\sum X_t t}{D_0^L}, \quad D_0^L = \sum_{t=0}^T X_t$
<ul style="list-style-type: none"> ➤ 流動性預金残高の期待値とVolume at Risk からそれぞれ計算した流出額 X_t に対する満期 T_L を計算する 	

図 1: 流動性預金モデルの構成要素

固定性預金比を用いた研究もいくつか行われている。影井・佃・小柳 [5] は固定性預金比モデルを改善したモデルを示している。また、荒川 [6] は普通預金残高推計モデルの中で、要因として定期預金との預替え (固定性預金比) を考慮したモデルを示している。室町ら [7] は固定性預金比に対する自己回帰モデルを提案している。

本稿では上武・枇々木 [1] の提案した固定性預金比モデルを用いて、流動性預金残高・満期についてデータ期間を延ばして再推定した結果を示し、モデルの再検証を行う。上武・枇々木 [1] は 1998 年 4 月～2008 年 8 月のデータを用いて分析が行われていたが、それを 2014 年 8 月まで 6 年間データ期間を延長する。上武・枇々木 [1] とほぼ同様の結果が得られた一方で、低金利水準が続き、金利がほとんど変動しない現状において安定的なパラメータを推定することが難しいことを確認した。

本論文の構成は以下の通りである。上武・枇々木 [1] と同じ方法を用いて、2 節では固定性預金比モデルのパラメータの推定結果を、3 節では流動性預金残高と満期を再推定した結果を示す。4 節ではパラメータを推定する期間の違いによる影響を調べる。5 節ではまとめと今後の課題を述べる。

2. 流動性預金モデル

2.1. 銀行預かり資産残高モデル

ある時間 t での流動性預金を D_t^L 、固定性預金を D_t^F とすると、預かり資産 A_t は (2.1) 式のように定義される。

$$A_t = D_t^L + D_t^F \quad (2.1)$$

原系列の変動を長期的傾向変動、季節変動、不規則変動の 3 つの変動へ分解した結果を図 2 に示す¹。

長期的傾向変動を見ると、個人に関しては 2008 年 9 月以降もその増加傾向に変わりはない。それに対し、法人に関しては 2008 年 8 月まではそれほど大きな増加傾向を示していないが、2008 年 9 月以降の方が増加傾向は大きくなっていることが分かる²。また、不規則変動を見ると、個人は比較的安定しており、法人の変動は大きいことが分かる。これは時点によらずに変わっていないので、2008 年 8 月までの傾向と同じである。

資産変動率が正規分布に従っているかを確認するために、正規性の検定を行う。視覚的にも確認するために、図 3、図 4 にそれぞれ、個人および法人の資産変動率の累積分布関数および QQ プロットを示す。

Shapiro-Wilk 検定³を行うと、個人資産の p 値は 0.5649 と高い値を示しており、図 3(右)の QQ プロットを見ても正規分布に従っていると確認できる。一方、法人資産の p 値は 1.09×10^{-5} となり棄却され、正規分布に従っているとは言えない。図 4(右)の QQ プロットを見ても正規分布に比べて裾が長くなっている。しかし、本稿では簡単のため個人と同様に正規分布に従っていると仮定し、表 1 のパラメータを用いて以降の分析を続ける。

¹季節調整は統計ソフトウェア R の decompose 関数を用いて行っている。

²表 1 の法人の月次変動率のドリフト μ の値の違いを見るとよく分かる。

³Shapiro-Wilk 検定の帰無仮説は、データが正規分布に従っているという仮説である。したがって、棄却された場合には正規分布でないとは判断される。一方、棄却されない場合には正規分布でないとは言えないと判断されるが、正規分布を仮定すると判断する。

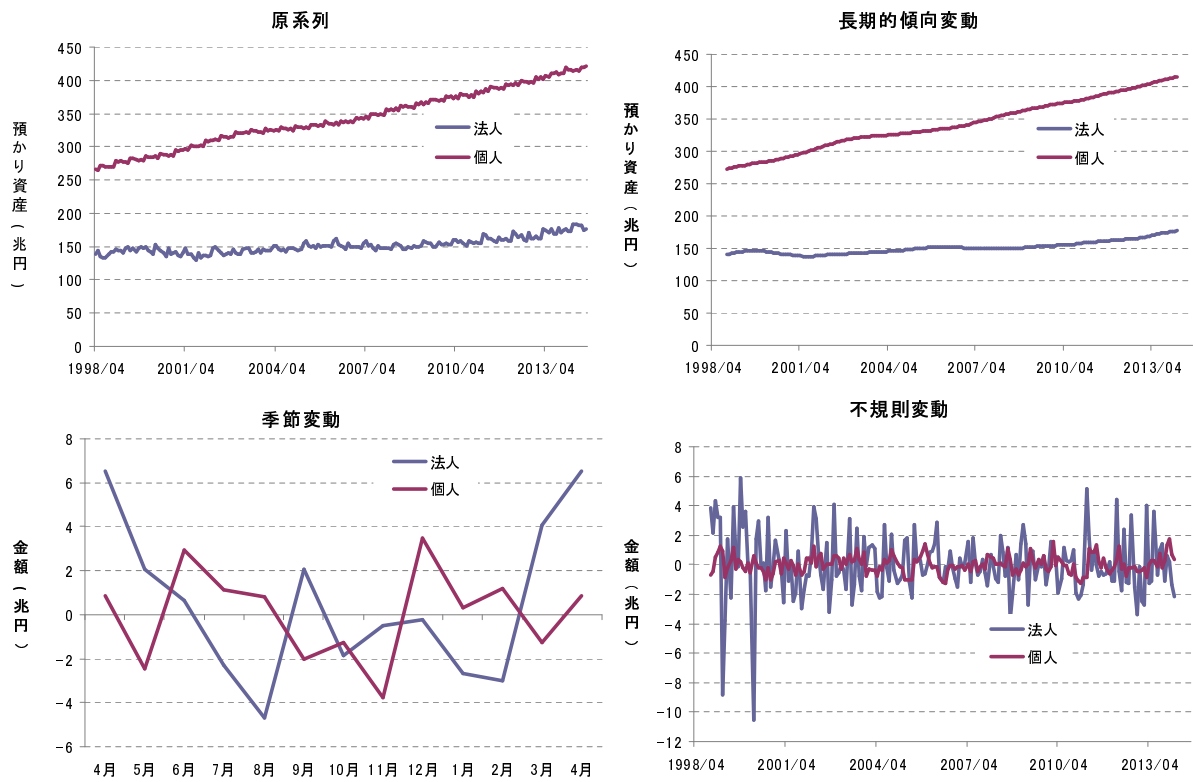


図 2: 預かり資産

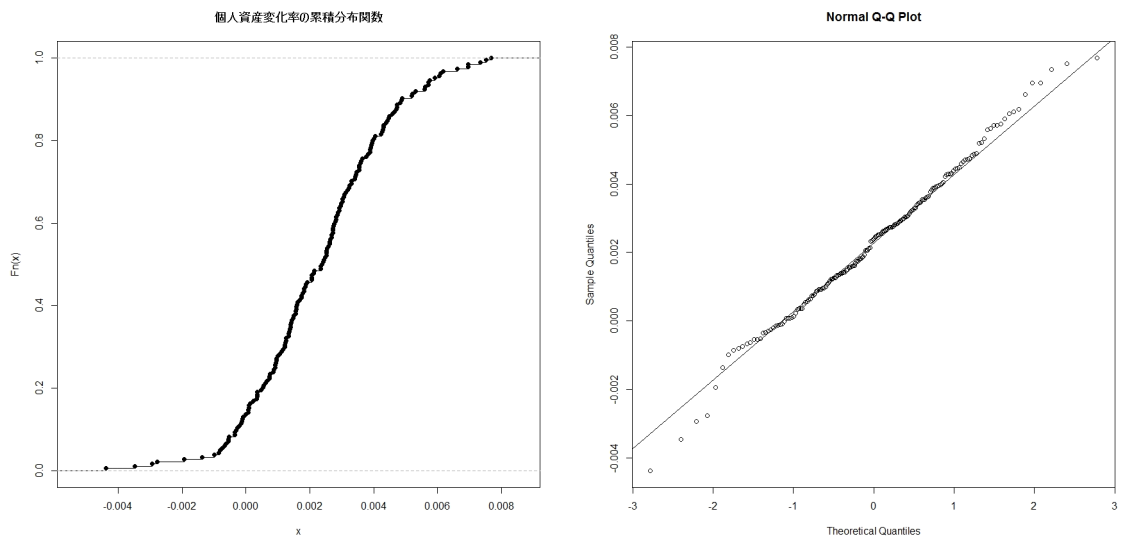


図 3: 個人資産変動率の累積分布関数および QQ プロット

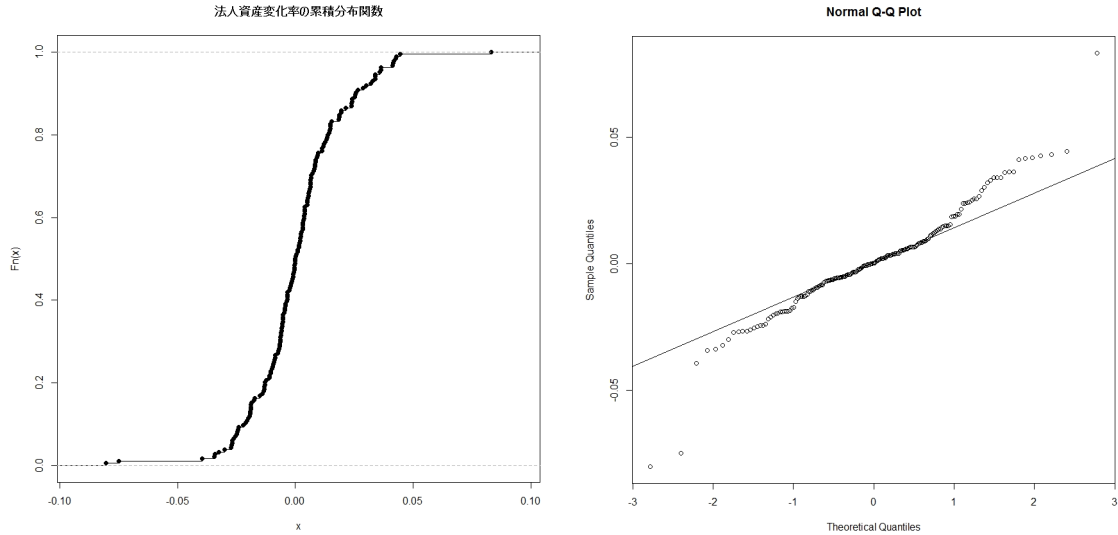


図 4: 法人資産変動率の累積分布関数および QQ プロット

個人預かり資産 A_t の月次変動率を λ_t とし、その確率過程を (2.3) 式のように定義する。

$$\lambda_t = \ln \left(\frac{A_{t+1}}{A_t} \right) \quad (2.2)$$

$$d\lambda_t = \mu dt + \sigma dz \quad (2.3)$$

パラメータ推定の際には、季節変動の効果を取り除くために、原系列から季節変動を引いた値 (長期的傾向変動と不規則変動の和) の月次変動率を λ_t として算出する。表 1 に上武・枇々木 [1] のパラメータ、延長した期間を含む場合のパラメータを示す。

表 1: 月次変動率のドリフトとボラティリティ

期間	個人		法人	
	μ	σ	μ	σ
1998 年 4 月～2008 年 8 月 [1]	0.002396	0.001625	0.000497	0.010060
1998 年 4 月～2014 年 8 月	0.002304	0.002134	0.001042	0.019927

個人の預かり資産は、ドリフト μ に対してボラティリティ σ は少し小さく、ある程度安定していることが分かる。法人の月次変動率のドリフト μ の値は期間延長に伴い、約 2 倍になっている。法人の預かり資産が増加しているのが分かる。

次に、 λ_t について誤差項間の系列相関を調べるためダービン・ワトソン (DW) 検定を行う。法人の DW 比は 2.819 (p 値: $1 : 778 \times 10^{-8}$)、個人の DW 比は 2.199 (p 値: 0.09962) となった。法人の p 値は極めて小さく、0.1% 有意になった一方で、個人の p 値は 10% 有意となっている。上武・枇々木 [1] ではともに、 p 値はとても小さく系列相関があるとはいえなかったが、それと比べると p 値の上昇に注意が必要である。ただし、個人に関しても 10% 有意であり、本稿でも λ_t の系列相関はないと仮定して分析を進める。

2.2. 固定性預金比モデル

2.2.1. 流動性預金と固定性預金

一般に、金利が上昇すれば利回りのよい固定性預金に資金を預けたいと考え、金利の影響で固定性預金と流動性預金の間には振り替え(スイッチング)が起こるというアイデアのもとで提案されたのが固定性預金比モデルである。そこで、まず最初に、流動性預金および固定性預金の残高と市場金利の時系列推移を図5に示す。

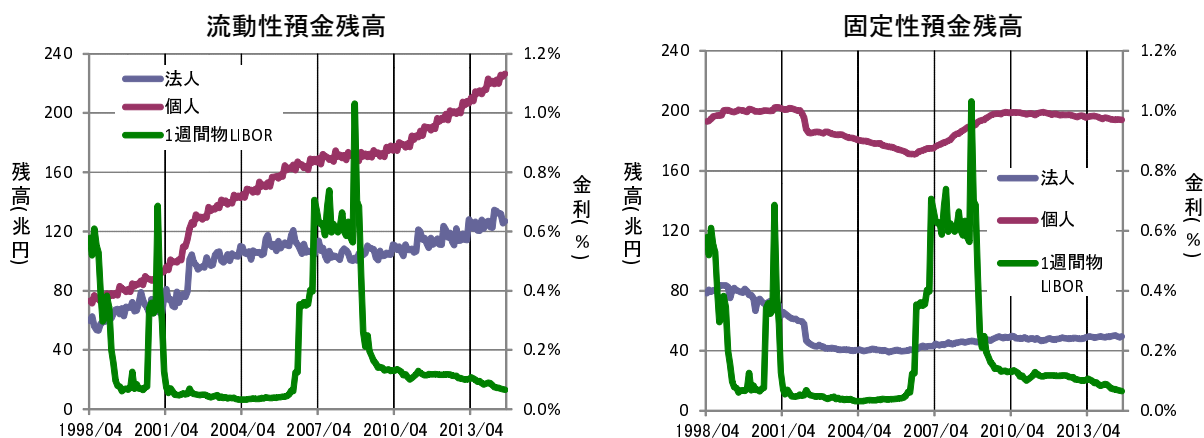


図 5: 預金残高と市場金利の時系列変化

1週間物 LIBOR が1%を超えた2008年9月をピークに金利は急激に下がり、2010年1月頃からは徐々に低下している。それに伴い、流動性預金残高は上昇しているが、固定性預金は目立って減少していない。次に、流動性預金と固定性預金の関係を確認しておこう。データ期間を延ばすとともに、4つの期間に分けてプロットした結果を図6に示す。期間の分け方は、図を見て特徴的な関係を示す期間で分けた。本稿の追加データ期間は、期間3の後半と期間4である。

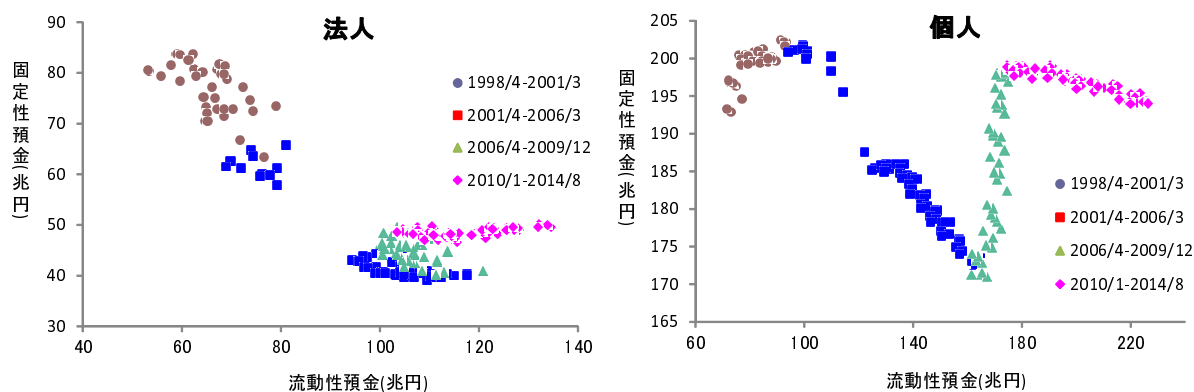


図 6: 流動性預金と固定性預金

図5から得られる情報とほぼ同じである。法人の固定性預金と流動性預金の間には負の相関が見られ、相関係数は -0.84 である。期間1と期間2では流動性預金の増加と固定性預金の減少、期間3では流動性預金の減少と固定性預金の増加が見られる。期間4は流動性預金の増加と固定性預金の微少な増加が見られ、別のファクターを考慮することが必要な期間で

ある可能性がある。一方、個人の固定性預金と流動性預金の間には相関が見られない。すべての期間で大きさの違いはあるが、流動性預金は増加し、期間3では金利上昇に伴い、固定性預金も増加している。ただし、その関係は金利の変化に影響を受けていると考えられる。

2.2.2. モデル化

モデル化にあたり、流動性預金と固定性預金の関係をより数値として捉えやすいように固定性預金の値を流動性預金の値で除して基準化した値として定義されたのが、固定性預金比であり、(2.4) 式に示す。

$$\rho_t = \frac{D_t^F}{D_t^L} \quad (2.4)$$

ここで、 D_t^L は t 時点での流動性預金残高、 D_t^F は t 時点での固定性預金残高を表す。流動性預金と固定性預金比の関係を図7に示す。

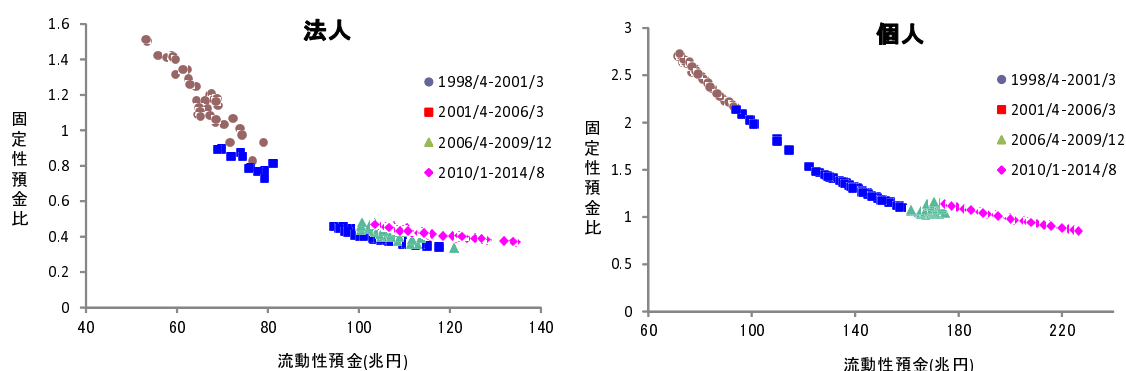


図 7: 流動性預金と固定性預金比

6年間データ期間を延ばしても、流動性預金と固定性預金比の間にはほぼ一つの曲線上にプロットされているような密接な関係が見られ、固定性預金比という指標の頑健性を確認できた。図を見ると非線形関係であるが、法人の相関係数は -0.925 、個人の相関係数は -0.938 と高く、たとえ線形関係と見なしても強い関係を見ることができる。

固定性預金比と市場金利の時系列変化の推移を図8に示す。上武・枇々木 [1] では2006年以降の金利上昇による固定性預金比の上昇を確認していたが、データ期間を延ばした2008年9月以降、金利が下がるに伴い、固定性預金比も低下しているのが分かる。

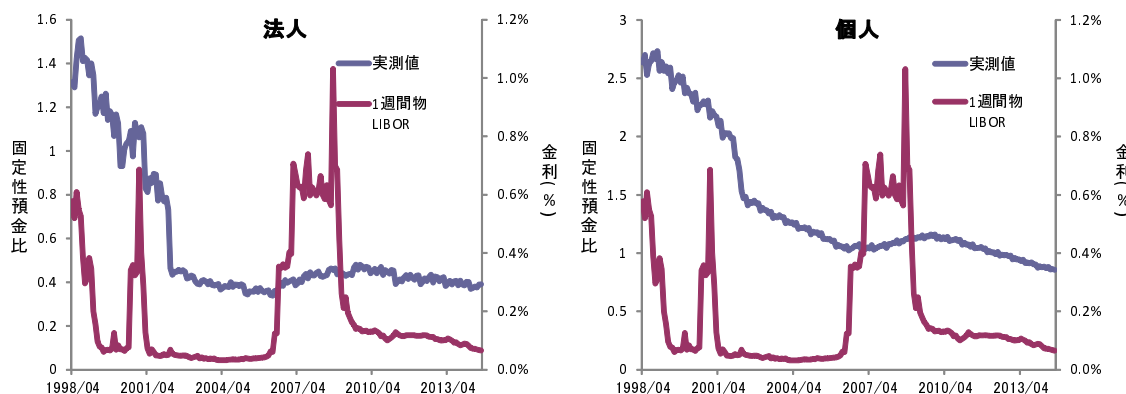


図 8: 固定性預金比と市場金利の時系列変化

上武・枇々木 [1] は金利水準の上昇に伴い、どのように流動性預金から固定性預金へシフトするか、つまり投資行動をどのように起こすかをモデル化するために、金融広報中央委員会 [4] の「家計の金融資産に関する世論調査」の「金融商品選択基準 (2人以上世帯調査)」の時系列データ (図 9) を参考にしている。

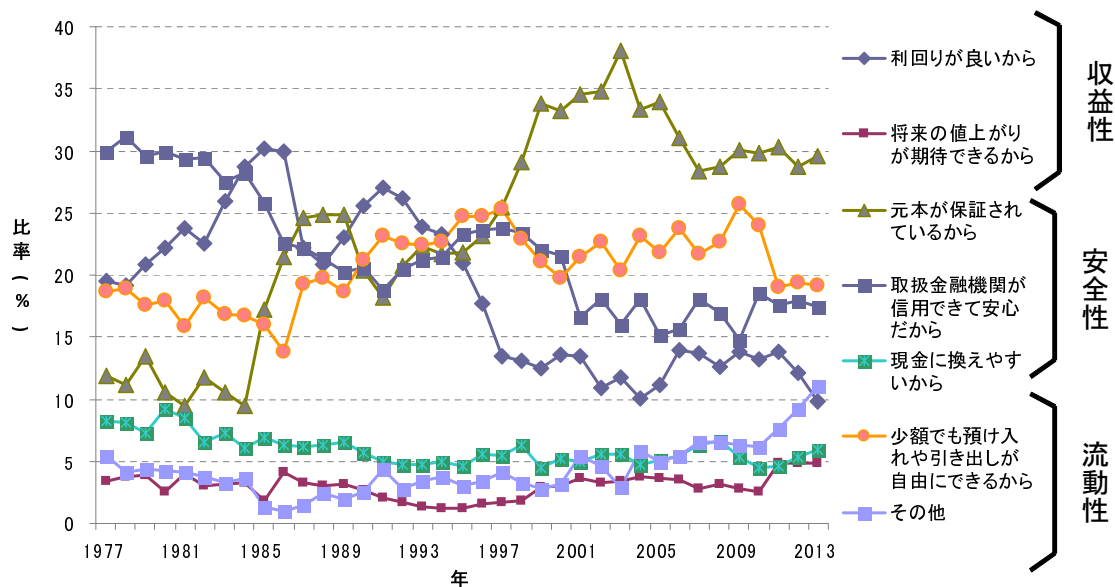


図 9: 金融商品選択基準の時系列変化

調査項目の中で収益性に関する調査項目「利回りが良いから」に注目し、1990年～2013年5月末の1カ月物LIBORとの関係を図10に示す⁴。追加された6年間のデータはプロットの周りが赤くなっている点である。追加されたデータ期間の金利が低いため、調査結果との関係はほとんど変わらないが、決定係数は0.8209と高く、金利の対数との関係が確認できる。

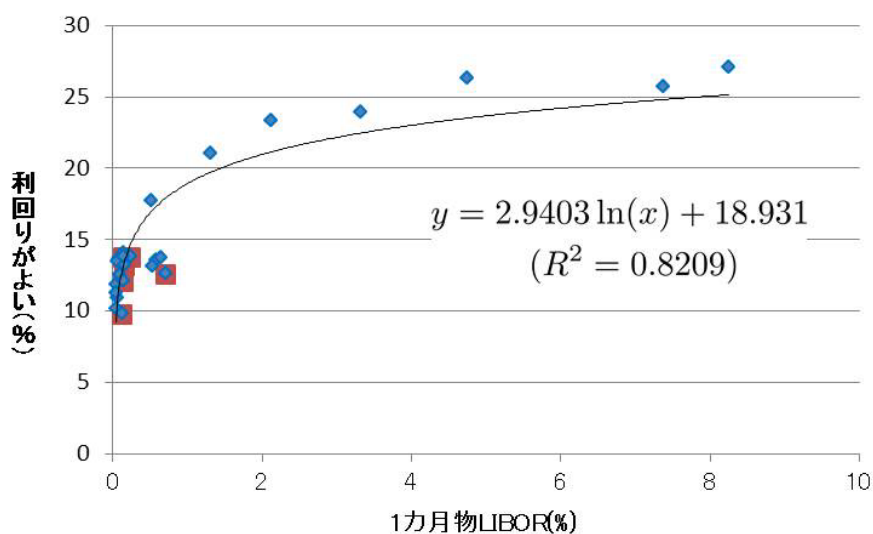


図 10: 市場金利と金融商品選択に関する調査結果との関係

⁴アンケートの調査時期が毎年6月頃であるため、その直前の市場金利として5月末のデータを用いている。

固定性預金比は金利のモデルとして、以下の4つが提案されている。モデル3とモデル4は調査結果をもとにモデル化されたもので、それぞれモデル1、モデル2の r_t を $\ln r_t$ と考えたモデルである⁵

$$\text{モデル1 : } \rho_t = \alpha_1(r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \quad (2.5)$$

$$\text{モデル2 : } \rho_t = \alpha_1(r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 r_t + \alpha_4 \quad (2.6)$$

$$\text{モデル3 : } \rho_t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \quad (2.7)$$

$$\text{モデル4 : } \rho_t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \ln r_t + \alpha_4 \quad (2.8)$$

2.2.3. パラメータの推定結果

ペイオフ解禁(2002年4月)による影響を取り除くため、2002年4月～2014年8月のデータを用いて、モデル1～モデル4に対するパラメータの推定値を表2に示す。

表2: 固定性預金比に対する推定パラメータ

モデル	法人				個人			
	$\alpha_1(\times 10^{-3})$	$\alpha_2(\times 10^{-3})$	$\alpha_3(\times 10^{-2})$	$\alpha_4(\times 10^{-2})$	$\alpha_1(\times 10^{-3})$	α_2	α_3	α_4
モデル1								
ラグなし	0.803 ***	-66.771	39.596 ***	—	-1.198 **	-2.264 ***	1.330 ***	—
ラグ1カ月	0.818 ***	-58.575	39.607 ***	—	-0.966 *	-2.826 ***	1.328 ***	—
ラグ2カ月	0.828 ***	-51.272	39.624 ***	—	-0.754	-3.640 ***	1.326 ***	—
ラグ3カ月	0.869 ***	-38.500	39.621 ***	—	-0.540	-5.120 ***	1.325 ***	—
ラグ6カ月	0.980 ***	-5.217	39.638 ***	—	0.042	67.302 ***	1.321 ***	—
ラグ1年	1.140 ***	46.402	39.766 ***	—	1.075 **	2.783 ***	1.317 ***	—
モデル2								
ラグなし	5.627 ***	57.385 **	-32.943 ***	41.639 ***	18.560 ***	22.925 ***	-1.349 ***	1.414 ***
ラグ1カ月	4.753 ***	55.132 *	-27.240 ***	41.317 ***	18.363 ***	23.151 ***	-1.338 ***	1.412 ***
ラグ2カ月	4.003 ***	52.164 *	-22.271 **	41.026 ***	18.392 ***	23.164 ***	-1.343 ***	1.411 ***
ラグ3カ月	3.528 **	50.383	-18.893 *	40.813 ***	18.429 ***	23.176 ***	-1.348 ***	1.410 ***
ラグ6カ月	2.628 *	48.327	-12.167	40.409 ***	18.159 ***	23.571 ***	-1.337 ***	1.406 ***
ラグ1年	0.722	26.231	3.326	39.550 ***	14.374 ***	28.334 ***	-1.058 ***	1.386 ***
モデル3								
ラグなし	0.292 ***	-0.778 ***	39.752 ***	—	-0.139	0.313 ***	1.323 ***	—
ラグ1カ月	0.302 ***	-0.788 ***	39.801 ***	—	-0.082	0.300 ***	1.322 ***	—
ラグ2カ月	0.310 ***	-0.795 ***	39.856 ***	—	-0.026	0.288 ***	1.322 ***	—
ラグ3カ月	0.321 ***	-0.808 ***	39.911 ***	—	0.030	0.276 ***	1.321 ***	—
ラグ6カ月	0.349 ***	-0.833 ***	40.105 ***	—	0.188	0.244 ***	1.321 ***	—
ラグ1年	0.378 ***	-0.827 ***	40.532 ***	—	0.473 ***	0.195 ***	1.325 ***	—
モデル4								
ラグなし	1.308 ***	-3.458 ***	-6.293 ***	21.307 ***	3.806 ***	-0.727 ***	-0.244 ***	0.607 ***
ラグ1カ月	1.173 ***	-3.074 ***	-5.454 ***	23.901 ***	3.719 ***	-0.697 ***	-0.238 ***	0.629 ***
ラグ2カ月	1.076 ***	-2.798 ***	-4.844 ***	25.772 ***	3.827 ***	-0.720 ***	-0.244 ***	0.613 ***
ラグ3カ月	0.992 ***	-2.559 ***	-4.290 ***	27.465 ***	3.920 ***	-0.739 ***	-0.249 ***	0.600 ***
ラグ6カ月	0.831 ***	-2.080 ***	-3.181 **	30.930 ***	4.132 ***	-0.777 ***	-0.261 ***	0.569 ***
ラグ1年	0.210	-0.394	1.202	43.950 ***	3.289 ***	-0.527 ***	-0.201 ***	0.755 ***

※有意水準: *** 0.1%有意, ** 1%有意, * 5%有意

⁵モデル1、モデル2の第1項は線形モデルとして、以下のように記述し、パラメータを推定している。

$$\alpha_1(r_t - \alpha_2)t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha'_2)t, \quad \text{ただし、}\alpha'_2 = \alpha_1\alpha'_2$$

α_2 に対する p 値を求め、 α'_2 に対して検定を行っている。また、 $\alpha_2 = \alpha'_2/\alpha_1$ として計算している。上武・枇々木 [1] はモデル式を統一的に記述する必要があるだろう。

上武・枇々木 [1] の対象期間は6年半 (2002年4月～2008年9月) であるので、期間は約2倍になっている。パラメータ推定の際には、ラグがない場合、ラグを1カ月、2カ月、3カ月、6カ月、1年とする6パターンの金利を用いるまずはじめに、上武・枇々木 [1] の推定パラメータと比べてみよう。統計的に有意であるほとんどのパラメータの符号は一致している。ただし、統計的に有意でないモデル1の α_2 の符号やモデル2とモデル4のラグ1年の符号は異なっている。個人に対するモデル2とモデル4のパラメータはすべて0.1%有意である。法人に対してもモデル2～4のラグ1カ月まではすべて0.1%有意である。他のラグでも有意なパラメータは多い。モデル4の α_1 は正、 α_3 は負である。上武・枇々木 [1] は「 α_3 の値がマイナスとなっており、ある月数経過するまでは金利が上昇すると固定性預金比が下がる。これは、全体として固定性預金比が減少する部分が多かったためである。今後ある程度金利水準が上昇すればこれらの係数の関係がより明確になるだろう。」と述べているが、追加した6年間のデータ期間は固定性預金比が減少する部分が多く、金利水準も低下しているため、この点は明らかにできていない。

表2のパラメータを用いて、各モデルに対する固定性預金比と市場金利の時系列変化を図11～14に示す。

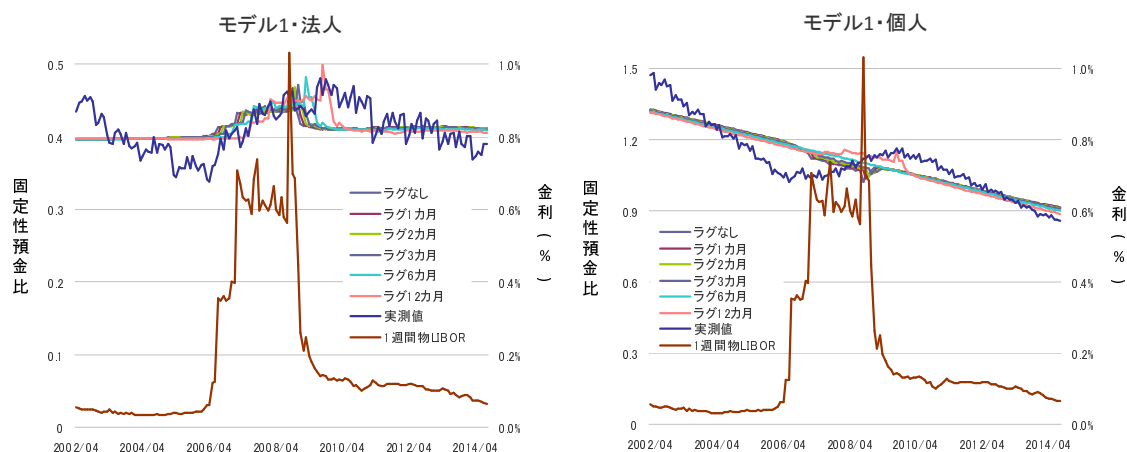


図 11: 固定性預金比と市場金利の時系列変化 (モデル 1)

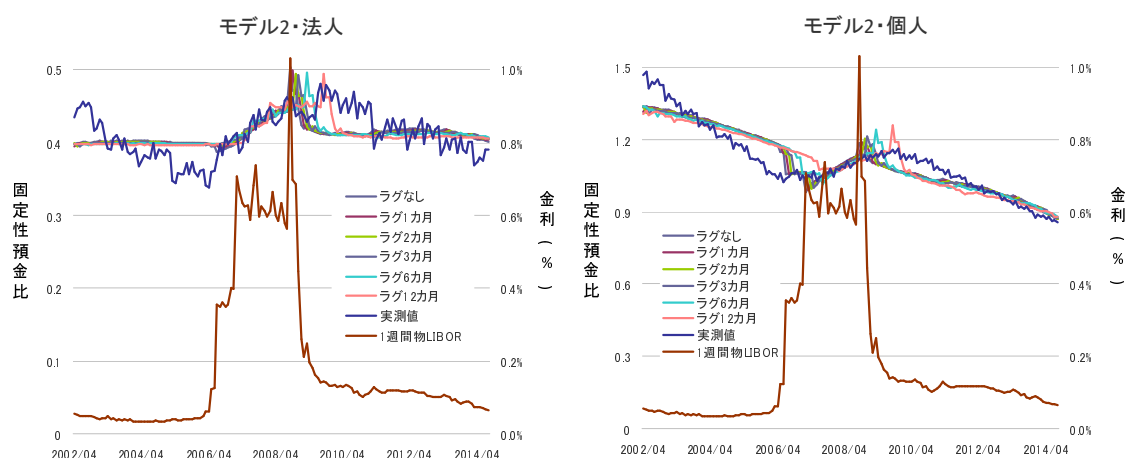


図 12: 固定性預金比と市場金利の時系列変化 (モデル 2)

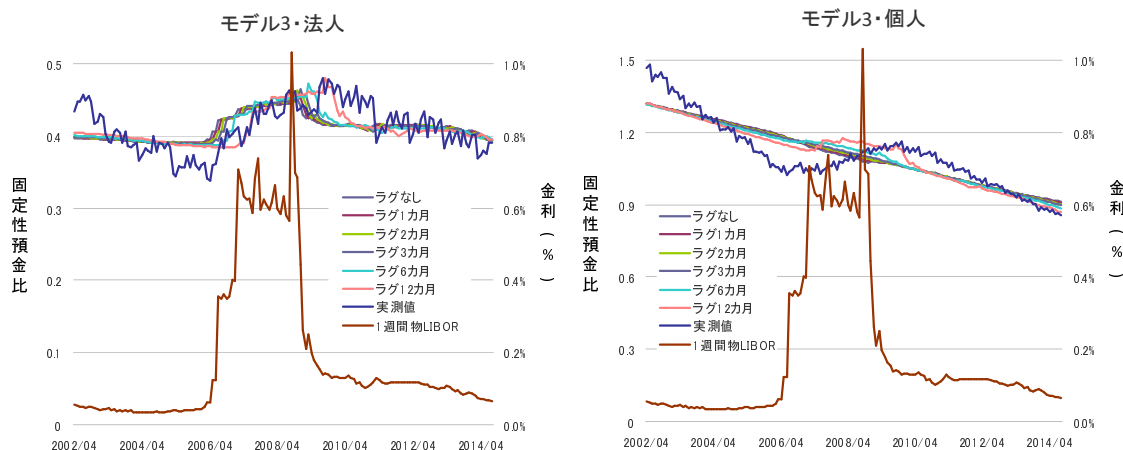


図 13: 固定性預金比と市場金利の時系列変化 (モデル 3)

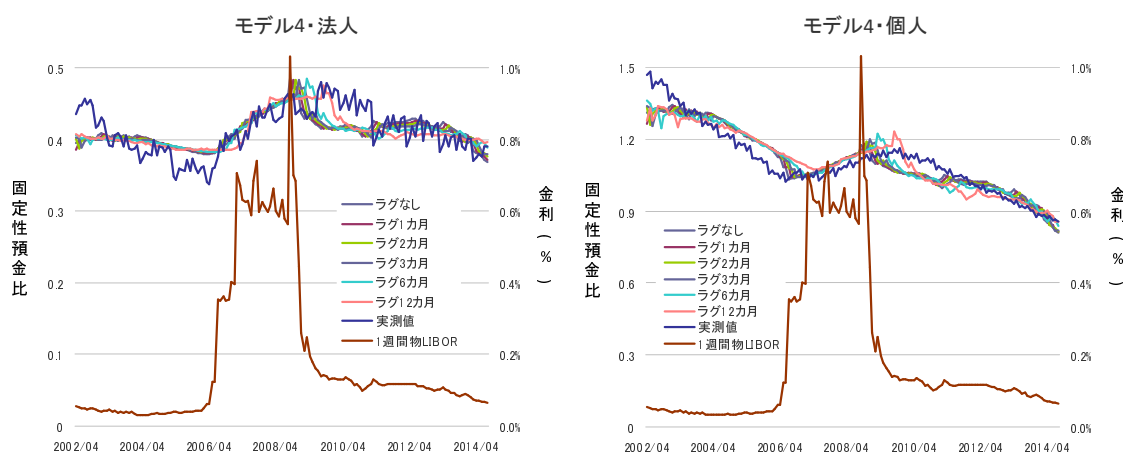


図 14: 固定性預金比と市場金利の時系列変化 (モデル 4)

上武・枇々木 [1] では、すべてのモデルで残差の標準誤差が 0.01~0.04 程度で、フィッティングがよかったため、紙面の都合でモデル 2 とモデル 4 のみが掲載されており、「市場金利の推移とともに固定性預金比の推定値はほぼ実測値の動きを記述できている」と記述されている。しかし、図から分かるように、モデル 1 とモデル 3 はあまりフィットしていない一方で、モデル 4 のフィッティングが最も良いことが分かる。傾向としては、2005 年末頃までの超低金利状況において固定性預金比が減少する状況にフィットできていない。データ期間が 2008 年 9 月までの場合にはこの部分にもフィットさせるように推定することができたが、追加したデータ期間にフィットするために、前半期間のフィッティングが悪くなったと考えられる。上武・枇々木 [1] では、特にモデル 1、モデル 3 に対して「時系列変化をみてもわかるように金利水準が低い期間が長く続いており、後半の 2 年間で金利が上昇し始めている。オーバーフィッティングの可能性が高い。」と指摘しており、データ期間を追加したことによって、その点が顕在化されたことになる。以上の点をさらに確認するために、モデル 1~モデル 4 の残差の標準誤差をラグごとに表わしたグラフを図 15 に示す。

モデル 4 の標準誤差が法人、個人ともにすべてのラグで最も小さいことが分かる。これは上武・枇々木 [1] と同じ結果である。ただし、モデル 4 の個人の残差の標準誤差は約 0.055 と

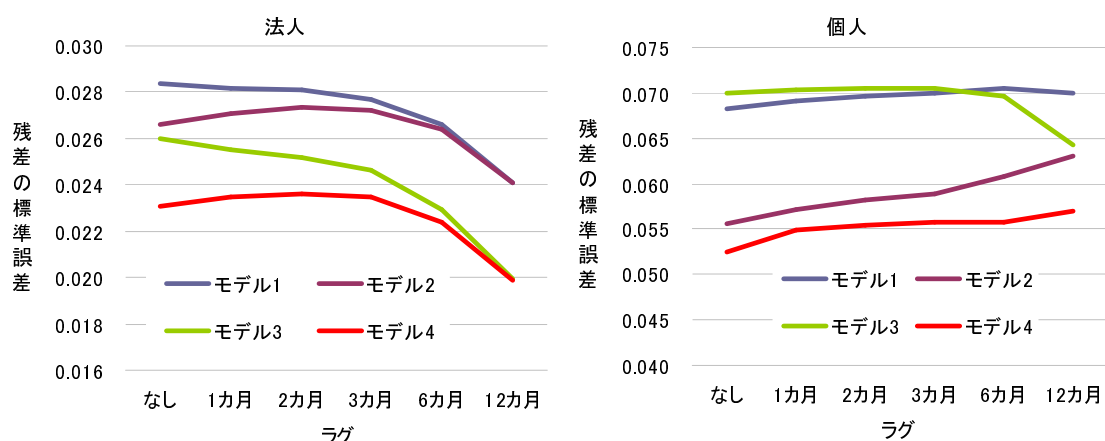


図 15: 各ラグでの残差の標準誤差

上武・枇々木 [1] の約 0.02 に比べて 2.5~3 倍に増加している。超低金利期間が増加したことによって、金利を説明変数とするモデルのフィッティングが悪くなったと考えられる。金利が大きく変動しないもとで、モデルを改善するために金利以外のファクターを追加する必要があることを示唆している。ただし、その場合でもオーバーフィッティングには注意が必要である。

ラグの影響について確認すると、法人は全般的にラグが大きい方が標準誤差が小さく、これは上武・枇々木 [1] と逆の結果である。一方、個人はモデル 2 とモデル 4 ではラグが大きい方が標準誤差が大きくなるが、これは上武・枇々木 [1] と同じ結果である。

3. 流動性預金残高と満期の推定

3.1. シミュレーションの設定

法人、個人ともに誤差の標準偏差が最も小さいモデル 4 の結果を示す。また、上武・枇々木 [1] と同様に、長期のラグにおけるオーバーフィッティングの懸念からラグなし~ラグ 3 か月までを考える。これらの推定パラメータはすべて 0.1% 有意である。法人、個人に関してシミュレーションを行い、流動性預金残高の残高と満期の推定を行う。シミュレーションに用いる乱数の数は 50,000 個である。シミュレーションの設定は以下の手順で行う。

- ① (2.3) 式を離散化した (3.1) に従って、預かり資産変動率 λ_t を求める。(2.2) 式を (3.2) 式に書き直して、 A_{t+1} を算出する。ここで、 ε_t は標準正規分布に従うランダム項である。

$$\lambda_t = \lambda_{t-1} + \Delta\lambda_t, \quad \Delta\lambda_t = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t} \quad (3.1)$$

$$A_{t+1} = A_t e^{\lambda_t} \quad (3.2)$$

- ② (3.4) 式の Hull-White モデルを用いて離散的に金利を生成し、固定性預金比の実測値と推定値の間の誤差項も正規分布に従うものとして、固定性預金比 ρ_t を計算する。

$$dr_t = (\theta_t - ar_t)dt + \sigma dz_t \quad (3.3)$$

$$\rho_t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \ln r_t + \alpha_4 + \sigma_e e_t \quad (3.4)$$

ここで、 σ_e は固定性預金比の推定値と実績値の差のボラティリティ、 e_t は標準正規分

布に従うランダム項で、 ε_t と e_t の間は無相関とする。また、Hull-White モデルのパラメータは所与として、 $a = 0.0004$, $\sigma = 0.000192$ とする。

- ③ 預かり資産残高 A_t 、固定性預金比 ρ_t を用いて、将来の流動性預金の残高を算出する。

$$D_t^L = \frac{A_t}{1 + \rho_t} \quad (3.5)$$

- ④ 将来の流動性預金の残高の期待値 $E(D_t^L)$ と確率 99% Volume at Risk $\text{VaR}(D_t^L)$ を算出し、それぞれにおける想定流出額を算出する。

a. 期待値に対する想定流出額

$$\begin{aligned} X_0^e &= D_0^L - E(D_1^L) \\ X_t^e &= E(D_t^L) - E(D_{t+1}^L), \quad (t = 1, \dots, T-1) \\ X_T^e &= E(D_T^L) \end{aligned}$$

b. Volume at Risk(VaR) に対する想定流出額

$$\begin{aligned} X_0^v &= D_0^L - \text{VaR}(D_1^L) \\ X_t^v &= \text{VaR}(D_t^L) - \text{VaR}(D_{t+1}^L), \quad (t = 1, \dots, T-1) \\ X_T^v &= \text{VaR}(D_T^L) \end{aligned}$$

Hull-White モデルの θ_t として用いるイールドカーブとして、図 16(左) に示す以下の 2 ケースを想定する。

ケース A : 2014 年 8 月末でのイールドカーブ

ケース B : 2014 年 2 月末でのイールドカーブ

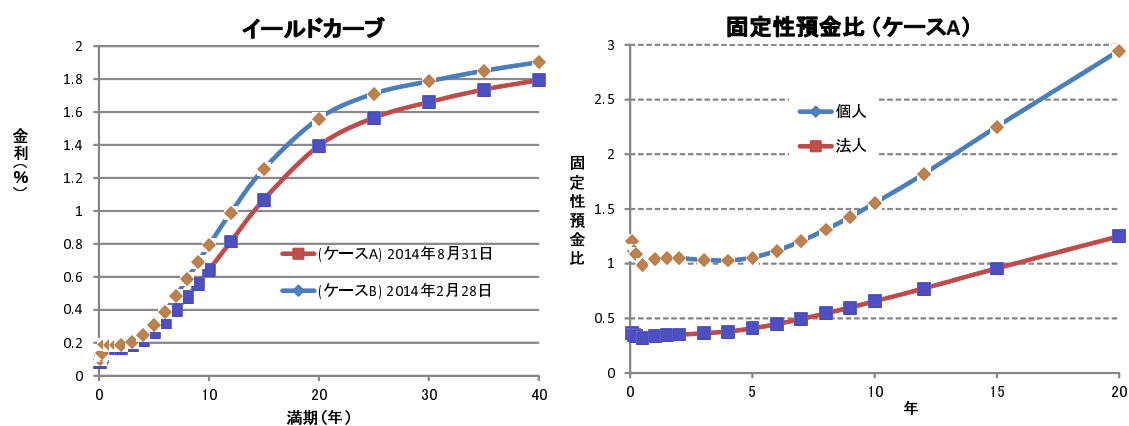


図 16: イールドカーブと固定性預金比

また、固定性預金比に対する金利の影響を確認するために、ケース A のイールドカーブから生成したフォワードレートを用いて固定性預金比を計算すると、図 16 の右図になる⁶。 $\ln(r_t)t$ に対するパラメータの α_1 はプラス、 $\ln(r_t)$ に対するパラメータの α_3 はマイナスで、 $\alpha_1 < |\alpha_3|$ である。イールドカーブを見ると、 t が小さいときの金利はほとんど動いていな

⁶ケース B の固定性預金比もケース A と同様に上昇する。ケース A と近い値をとるため省略する。シミュレーションで金利を生成するので、それに対応した固定性預金比が算出される。

いため、 $\alpha_3 \ln r_t$ の影響で固定性預金比は下がり、その後金利が上昇すると $(\alpha_1 t - \alpha_3) \ln r_t$ の大小関係で固定性預金比が変化する。 t が大きくなるにつれて金利上昇に伴い、 $\alpha_1 t$ の影響で固定性預金比も大きくなるのが分かる。

3.2. 流動性預金残高

ラグなしのケース A、ケース B に対する流動性預金残高を図 17 に示す。

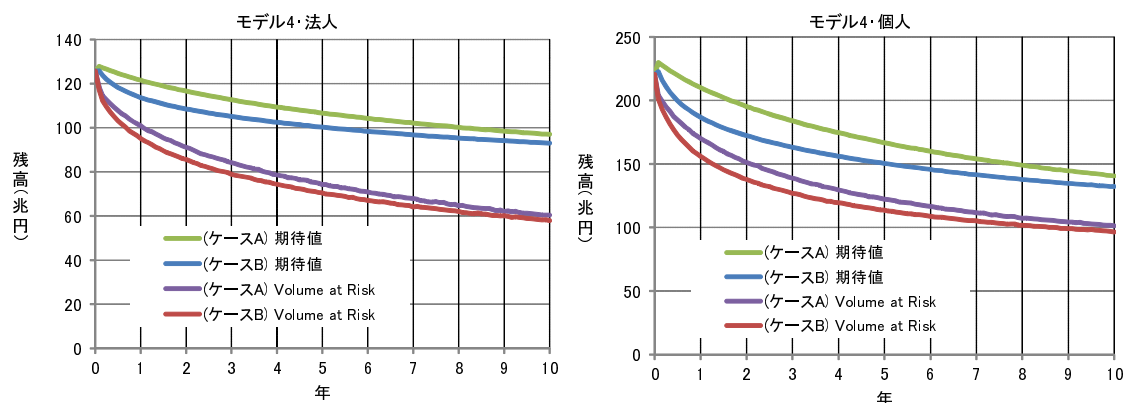


図 17: 流動性預金の将来 10 年間の残高変化

法人に比べて、個人の方が残高の減少は大きい。個人のパラメータの α_1, α_3 の絶対値は法人の値に比べて大きく、金利変化に対して固定性預金比の変化も大きくなるため、個人の方が金利上昇に対して残高が大きく減少する。また、ケース B の方がケース A に比べて、イールドカーブは上方にあり、より大きな金利上昇を想定するため、ケース B の方が残高は小さくなる。

3.3. マチュリティラダー

流動性預金のマチュリティラダーを図 18~21 に示す。最大満期を 10 年としているため、10 年目に大きく残高が現れることに注意していただきたい(見やすくするために、上部はカットし、数値で示している)。最初は大きな流出が見られるが、その後は各時点でのばらつきはあるものの、徐々に流出額は減少している。図 17 と同様に、10 年間のケース B の方が流出額は多くなっている。ただし、流出額合計は初期残高であるため、10 年目の流出額は逆になっている。

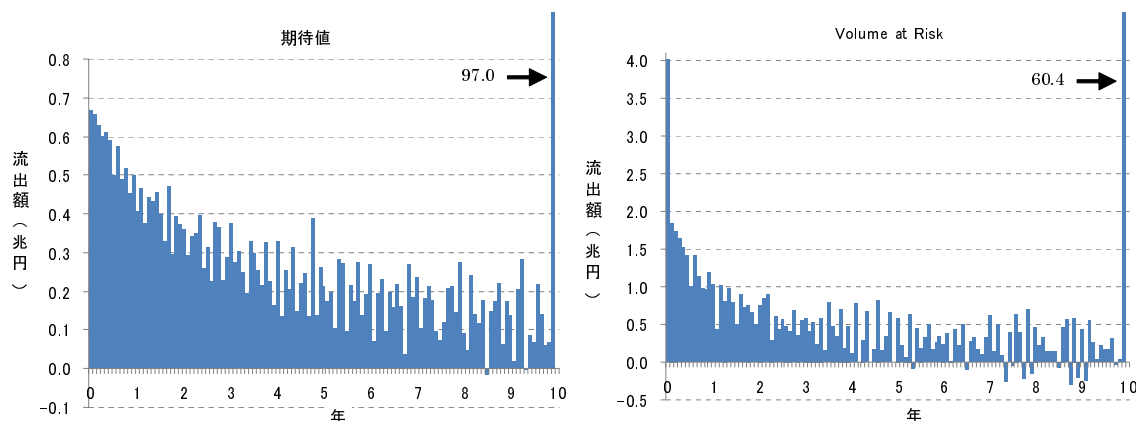


図 18: 流動性預金のマチュリティラダー (法人, ケース A)

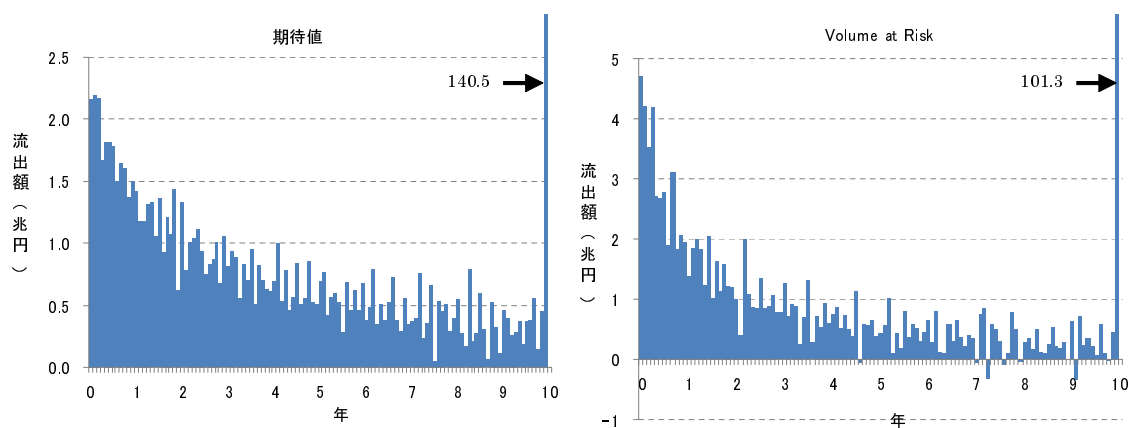


図 19: 流動性預金のマチュリティーラダー (個人, ケース A)

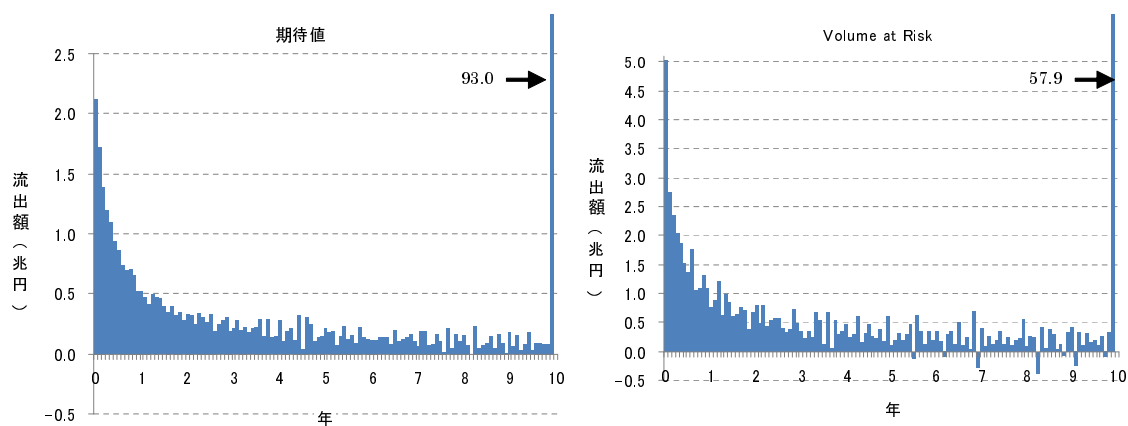


図 20: 流動性預金のマチュリティーラダー (法人, ケース B)

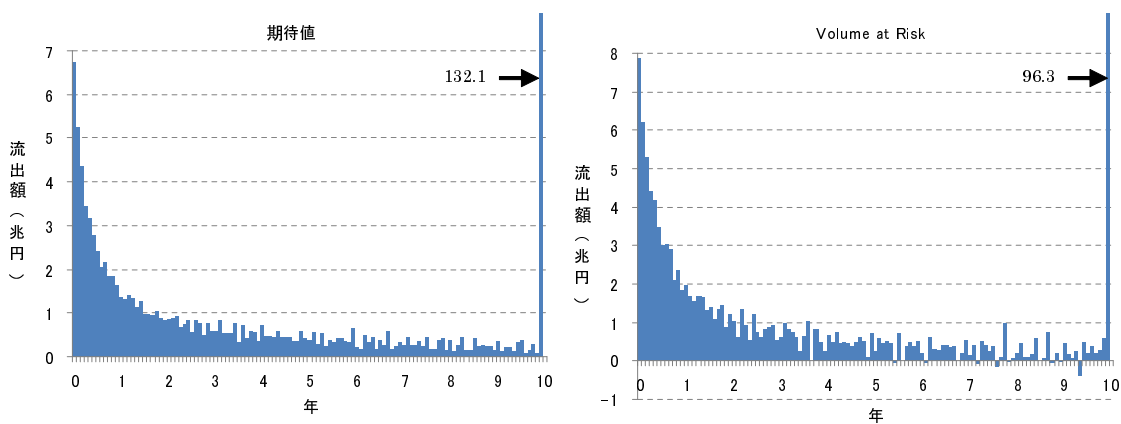


図 21: 流動性預金のマチュリティーラダー (個人, ケース B)

3.4. 満期

流動性預金のマチュリティーラダー (流出額) X_t を用いて、(3.6) 式によって、満期を算出する。ただし、流動性預金の流出は期首で一時的に生じると仮定する。

$$T_L^z = \frac{\sum_{t=1}^T X_t^z \cdot t}{D_0^L} \quad (z \in \{e, v\}) \quad (3.6)$$

ここで、 e は期待値、 v は VaR を表す。ラグなし、ラグ 1 カ月、ラグ 2 カ月、ラグ 3 カ月のマチュリティーラダーの期待値と VaR を用いて計算した満期を表 3 に示す。

表 3: 流動性預金の満期

(単位：年)

ケース A	法人		個人		全体	
	期待値	VaR	期待値	VaR	期待値	VaR
ラグ						
ラグなし	8.613	6.204	7.792	5.884	7.876	6.078
ラグ 1 カ月	8.812	6.312	7.892	5.876	8.005	6.117
ラグ 2 カ月	8.965	6.385	7.830	5.833	8.036	6.129
ラグ 3 カ月	9.086	6.470	7.779	5.801	8.062	6.139
ケース B	法人		個人		全体	
ラグ	期待値	VaR	期待値	VaR	期待値	VaR
ラグなし	8.127	5.891	7.063	5.477	7.223	5.686
ラグ 1 カ月	8.355	6.021	7.163	5.481	7.358	5.736
ラグ 2 カ月	8.712	6.200	7.101	5.440	7.393	5.751
ラグ 3 カ月	8.881	6.313	7.050	5.406	7.429	5.771

表 3 のケース A の VaR と AA-Kijima モデルによる満期を比較しよう。ただし、ここでは日本銀行 [2] に掲載されていたパラメータ (1995 年度上半期～2010 年度下半期データから推定されたパラメータ) を用いて、AA-Kijima モデルによる満期を算出した。結果を表 4 に示す。

AA-Kijima モデルに比べて、法人の流動性預金の満期が長いことが確認できる。個人の満期はあまり変わっていない。本研究で推定した預かり資産のドリフト、ボラティリティはともに法人の方が小さかったため、満期は長くなる傾向にある。一方、表 4 の AA-Kijima モデルのドリフトパラメータは負に大きな値を取っているため、満期は短くなりやすい。そのため、このような結果が得られたと考えられる。ただし、パラメータ推定期間が異なるので、厳密には比較できない点に注意が必要である。

次に市場金利に追随しない残高 (金利エクスポージャー) をコア預金とする場合の満期を算出する方法を述べる。 β を追随率とすると、金利エクスポージャーは以下のように記述できる。

$$Y_0^z = X_0^z + \sum_{t=1}^T \beta X_t^z$$

$$Y_t^z = (1 - \beta) X_t^z$$

表 4: AA-Kijima モデルとの比較

		法人	個人	全体
AA-Kijima(*1) (2007)	μ_3	-22.7%	-9.5%	-12.4%
	σ	4.9%	4.0%	4.1%
	満期	3.238 (年)	5.373 (年)	4.771 (年)
上武・枇々木(*2) (2011)	ラグなし	6.204 (年)	5.884 (年)	6.078 (年)
	ラグ1カ月	6.312 (年)	5.876 (年)	6.117 (年)
	ラグ2カ月	6.385 (年)	5.833 (年)	6.129 (年)
	ラグ3カ月	6.470 (年)	5.801 (年)	6.139 (年)

(*1) 1995 年度上半期～2010 年度下半期データ (日本銀行 [2])

(*2) 2002 年 4 月～2014 年 8 月の月次データ

ここで、金利エクスポージャーの合計は想定流出額の合計と等しいので、(3.7) 式のような関係がある。

$$\sum_{t=0}^T X_t^z = \sum_{t=0}^T Y_t^z = D_0^L \quad (z \in \{e, v\}) \quad (3.7)$$

金利エクスポージャーを使うと、コア預金の満期は以下のように計算される。

$$T_C^z = \frac{\sum_{t=1}^T Y_t^z \cdot t}{D_0^L} = (1 - \beta)T_L^z \quad (z \in \{e, v\}) \quad (3.8)$$

追随率を 30% ($\beta = 0.3$) とし、市場金利に追随しない残高をコア預金とする場合の満期は表 5 のように示すことができる。

表 5: 追随率を考慮した流動性預金の満期 (追随率: 30%)

		(単位: 年)					
ケース A		法人		個人		全体	
ラグ		期待値	VaR	期待値	VaR	期待値	VaR
ラグなし		6.029	4.343	5.454	4.119	5.514	4.254
ラグ1カ月		6.169	4.418	5.524	4.113	5.603	4.282
ラグ2カ月		6.276	4.470	5.481	4.083	5.625	4.290
ラグ3カ月		6.360	4.529	5.445	4.061	5.643	4.297
ケース B		法人		個人		全体	
ラグ		期待値	VaR	期待値	VaR	期待値	VaR
ラグなし		5.689	4.123	4.944	3.834	5.056	3.980
ラグ1カ月		5.848	4.215	5.014	3.837	5.151	4.015
ラグ2カ月		6.098	4.340	4.971	3.808	5.175	4.025
ラグ3カ月		6.217	4.419	4.935	3.784	5.200	4.040

満期の長さは、表 3 の 0.7 倍である。

4. パラメータ推定期間の違いによる影響

パラメータ推定に用いることができる2002年4月以降のデータ期間において、金利上昇局面は1回しかなく、固定性預金比モデル式(2.8)の推定値は、推定期間の影響を受けやすいと考えられる。そこで、表6に示す4つの推定期間に対するモデル4のパラメータを表7に示す。

表6: パラメータ推定期間

	サンプル期間
全期間	2002年4月～2014年8月
前期 [†]	2002年4月～2008年9月
後期	2008年10月～2014年8月
金利上昇期	2006年4月～2008年9月

† 上武・枇々木 [1] と同じ推定期間

表7: 固定性預金比に対するモデル4の推定パラメータ

	推定期間	$\alpha_1(\times 10^{-3})$	$\alpha_2(\times 10^{-3})$	$\alpha_3(\times 10^{-2})$	$\alpha_4(\times 10^{-2})$
法人	全期間	1.308 ***	-3.458 ***	-6.293 ***	21.307 ***
	前期	1.279 ***	1.945 ***	-3.986 ***	31.745 ***
	後期	0.098	-1.267	-3.213	52.525 ***
	金利上昇期	-1.267	1.868 ***	7.897	29.870 ***
個人	推定期間	$\alpha_1(\times 10^{-3})$	$\alpha_2(\times 10^{-2})$	α_3	α_4
	全期間	3.806 ***	-0.727 ***	-0.244 ***	0.607 ***
	前期	3.506 ***	0.210 **	-0.162 ***	0.963 ***
	後期	1.061 ***	-0.276 ***	-0.143 ***	1.304 ***
	金利上昇期	0.600	0.306 ***	-0.043	0.863 ***

※有意水準: *** 0.1%有意, ** 1%有意, * 5%有意

表7を見ると、パラメータ推定期間によるばらつきが大きいことが分かる。重要なパラメータは金利の係数になっている α_1 と α_3 であるので、この2つのパラメータに着目して議論しよう。金利上昇期のパラメータの α_1 と α_3 の符号は他の期間と反対になっているが、法人・個人ともに統計的に有意にはなっていない。一方、全期間と前期の α_1 と α_3 は0.1%有意となり、金利は固定性預金比のファクターになっていることが分かる。

次に、これらの推定パラメータを用いて、固定性預金比の推定値を算出し、実測値とともにグラフ化すると、図22、図23のようになる。予測ではなく、フィッティングの様子を確認するために、推定期間よりも前の期間も含めてグラフ化している。

図22、図23ともに、推定期間のフィッティングはよいが、その他の部分のフィッティングはよくない。これは全期間を通じても金利変動がほとんどないため、推定期間のデータにオーバーフィッティングしているためである。特に、金利上昇期に限定して推定を行った場合の乖離は非常に大きいことが分かる。低金利水準が続き、金利がほとんど変動しない現状において安定的なパラメータを推定することが難しいということが分かるだろう。

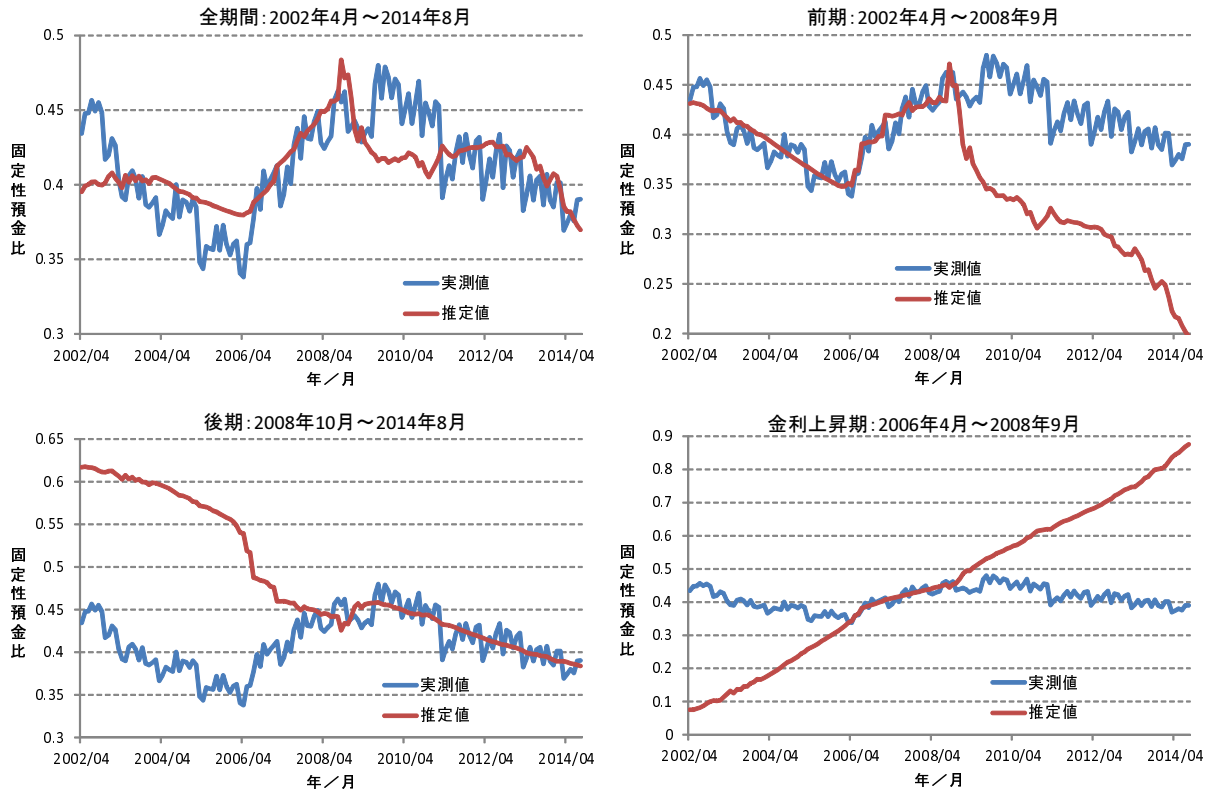


図 22: 固定性預金比の実測値と推定値 (法人)

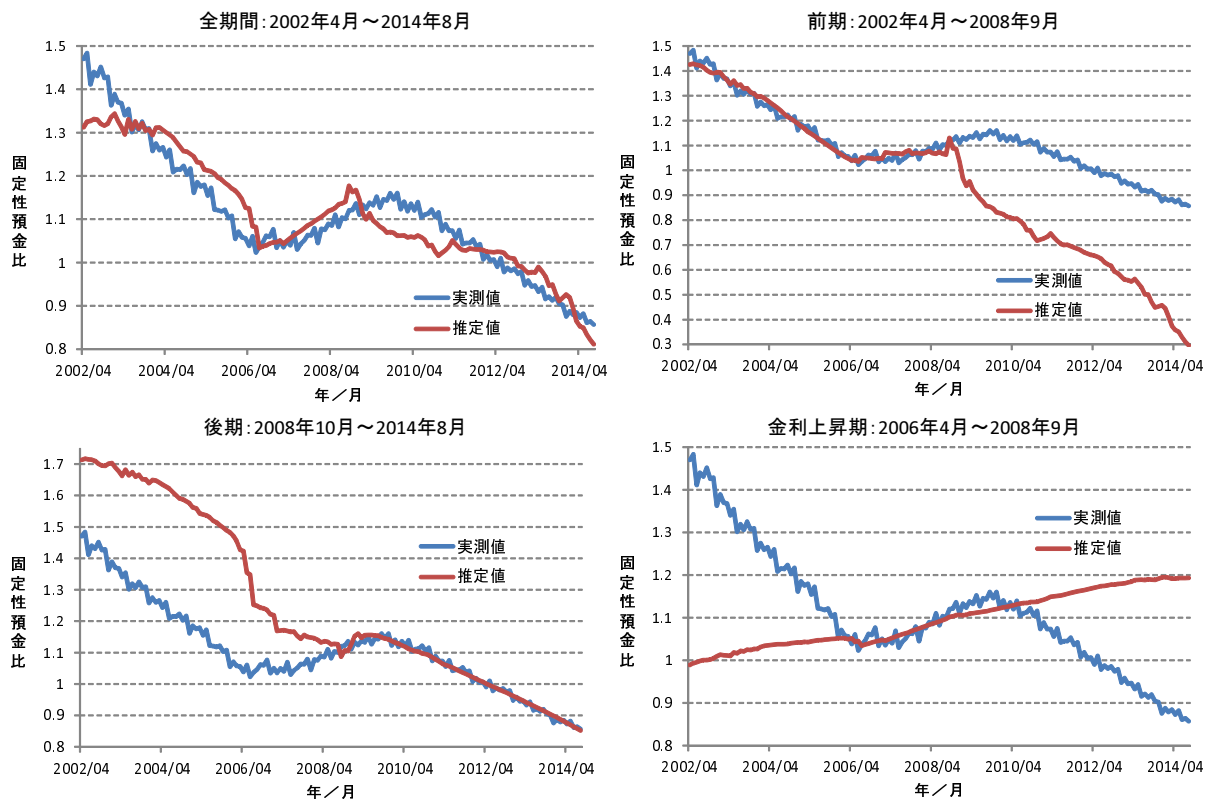


図 23: 固定性預金比の実測値と推定値 (個人)

5. まとめと今後の課題

本稿では上武・枇々木 [1] の研究についてデータ期間を延ばして再推定した結果を示し、モデルの再検証を行った。ほぼ同様の結果が得られた一方で、金利推移を見ても分かるように、延長したデータ期間の最初(2008年9月)をピークに金利が低下し、その後も低金利が続いているため、パラメータが不安定であることが分かった。データの問題とはいえ、モデルの有用性に関する検証ができたとは言いがたく、今後も引き続き金利変化をモニターしながら、再び検証作業を行う必要があるだろう。

参考文献

- [1] 上武 治紀, 枇々木 規雄: 銀行の流動性預金残高と満期の推定モデル, ジャフイー・ジャーナル「金融工学と市場計量分析」, 2011年4月, pp.196-223.
- [2] 日本銀行 金融機構局: コア預金モデルの特徴と留意点, BOJ Reports & Research Papers『リスク管理と金融機関経営に関する調査論文』, 2011年11月(2014年3月更新).
http://www.boj.or.jp/research/brp/ron_2011/data/ron111124a.pdf
- [3] 日本銀行 金融機構局 金融高度化センター: ワークショップ「銀行勘定における金利リスク管理—預貸金のデュレーションの把握—」, 2013年11月18日.
http://www.boj.or.jp/announcements/release_2013/rel131118a.htm
- [4] 金融広報中央委員会, 「家計の金融行動に関する世論調査」,
<http://www.shiruporuto.jp/finance/chosa/>
- [5] 影井智宏, 佃良彦, 小柳誠, 預金者行動を考慮したコア預金モデルの構築, 日本金融・証券計量・工学学会 2012年冬季大会予稿集, pp. 227-238.
- [6] 荒川研一, ビックデータを活用したリスク管理高度化への挑戦, SAS All Analytics 2014 ビックデータ最前線
http://www.boj.or.jp/research/brp/ron_2011/data/ron111124a.pdf
- [7] 室町幸雄 編, 乾考治, 今宿洋二, 神崎清志, 岸田則生, 久保田勝洋, 高山靖敏, 松浦元, 山分俊幸 著, 金融リスクモデリング (第9章 コア預金モデル, pp.113-143), 2014年10月, 朝倉書店.