Stability Analysis of Horizontal Mergers in a Market with Asymmetric Substitutability

2018年

武田康平、細江豊樹、渡邉孝之、松林伸生

はじめに
本研究のテーマ

テーマ：カルテルや水平合併など
　　　　同業他社間での提携や合併の安定性

提携（合併）のメリット

- 規模の経済
- シナジー効果
- **生産量調整**による競争の緩和 **←ここに注目！！**

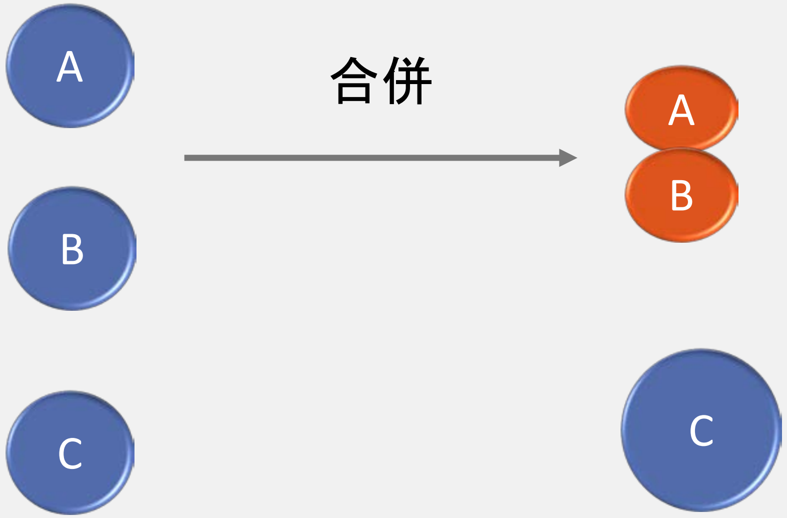
生産量競争下での小規模合併は有利にならない

Salant et al. (1983)が同質なn企業間でのクールノー競争下での合併を分析

・2企業間の合併は常に不利。

・合併に参加しないoutsiderに有利。

・合併企業数が増えれば(nの80%以上)有利となる。全体提携は当事者にとって最も利益的。



価格高止まりを狙って
生産量を減らす

生産量をうまく調整できない

生産量を増やす(フリーライド)

生産量競争下の合併の有利性に関する研究が盛ん

1．非協力ゲームによるアプローチ

どのような合併が（安定的に）形成されるのかを、非協力ゲーム（coalition formationの理論）の様々な均衡概念を用いて議論

2．協力ゲームによるアプローチ

全体提携の安定性について、主にコアの理論を用いて議論

本研究はこちら

先行研究

協力・非協力のアプローチを問わず、ほとんどの先行研究は、計算の困難さから、需要や費用の構造に関して対称な企業を仮定している。

・純粋なゲーム理論としては、その上で解概念を洗練させることに興味がある。

・経営や産業組織の観点からは、非対称な状況も興味深い。

非対称な状況を扱った先行研究

1. 費用構造が非対称

・Donsimoni (*International Journal of Industrial Organization*, 1985)　非協力ゲーム、n企業、individual stabilityのみ

・Belleflamme (*Games and Economic Behavior*, 2000) 非協力ゲーム、n企業で2グループ（グループ内は対称）

・ Zhao (working paper, 2013) 協力ゲーム、3企業

２. 需要構造（代替関係）が非対称

・Kao and Menezes (*Journal of Mathematical Economics*, 2009)　非協力ゲーム、4企業

・Watanabe and Matsubayashi (*Economics Bulletin*, 2013) 協力ゲーム、3 and 4企業

代替関係の非対称性とは

Apple
MacBook Pro

代替性
大

Lenovo
ThinkPad 13

代替性
小

Apple
iPad Air

代替性
大

Samsung
Galaxy Tab S2

差別化が大きい≒代替性が小さい

本研究の目的

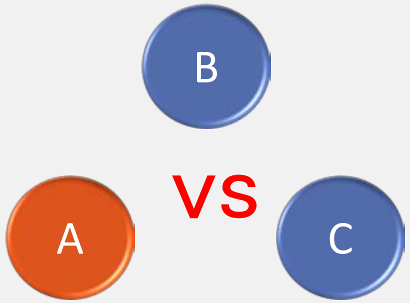
それぞれの製品が非対称な代替関係を持つ市場における、全体提携の安定性を分析する。

企業数をnに一般化して分析を行い、コアが存在し得ることを示す。

企業間提携におけるコア

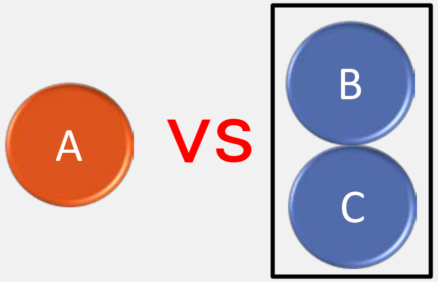
- A,B,C社の提携から、A社が逸脱した時の提携値（＝利益）は逸脱に参加しないB社とC社が提携を組むか否かで変わる

提携を解消する場合



生産量競争の場合　A社の利益 小

提携を維持する場合



A社の利益 大

逸脱に参加しないプレイヤーの行動想定に対応した、複数のコアが考えられる

提携の安定性
γコアとδコア

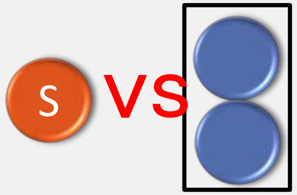
市場Nの部分提携Sによる逸脱後の残りのプレイヤー
N−Sに関する想定とコア

γコア：N−Sが提携を解消するγ想定下

⇒提携S と他の単体企業による競争

δコア：N−Sが提携を維持するδ想定下

⇒SとN−Sの2つの提携による競争



※一般には、$v_\gamma(S) \le v_\delta(S)$となり、$\gamma$コアの方が存在しやすい。

※全体提携値$v(N)$は どちらの想定でも同じ$v_\gamma(N) = v_\delta(N)$

Currarini and Marini (2015)
対称な企業による提携の安定性

Currarini and Marini (2015) において、以下が示された。

コストが一定で、対称企業な企業が生産量競争を行う場合

・γコアは存在する。

・δコアは存在しない。

多くの関連研究は対称な状況のまま、コアのrefinementを試みている。

本研究の目的（再掲）

それぞれの製品が非対称な代替関係を持つ市場における、全体提携の安定性を分析する。

具体的に　・非対称な代替関係

・全体提携の安定性…γ, δコアを分析

代替関係が非対称な状況では、企業数nの値に関わらず、γコアとδコアが存在し得ることを示す.

モデル説明①

- 市場は$N = \{1,2, \dots, n\}$ 企業から成る。
- 各企業i は互いに差別化された製品を生産。
- $\boldsymbol{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$:価格ベクトル,$\boldsymbol{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$:生産ベクトル
- 価格と生産量の関係

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{1} - A\,\boldsymbol{q}$$

- **ここで** $\boldsymbol{1} = \{1, 1, \dots, 1\}$
- 行列Aは代替性を表す代替行列, Aの成分(a_{ij}) は企業i とjの間の代替性を表す。

$$a_{ij} = a_{ji}, \qquad a_{ii} = 1, \qquad 0 \le a_{ji} \le 1$$

- 利益は 価格×生産量 (コストは無視)

モデル説明②
各企業の行動

各企業は以下の通り行動。均衡時の利益 $\Pi_S(\boldsymbol{q}^*)$が提携値$v(S)$となる

γ想定の場合

$$\max_{q_i \ i\in S} \Pi_S = \sum_{i\in S} p_i q_i$$

$$\max_{q_i} \pi_i = p_i q_i \quad i \in N - S$$

δ想定の場合

$$\max_{q_i \ i\in S} \Pi_S = \sum_{i\in S} p_i q_i$$

$$\max_{q_i \ i\in N-S} \Pi_{N-S} = \sum_{i\in N-S} p_i q_i$$

均衡の導出①：生産量

$$\boldsymbol{p} = \mathbf{1} - A\,\boldsymbol{q}$$

提携Sの利益

$$\Pi_S(\boldsymbol{q}) = \sum_{i \in S} q_i p_i = \sum_{i \in S} q_i \left(1 - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j\right)$$

1階の条件

$$\frac{\partial}{\partial q_k} \Pi_S(\boldsymbol{q}^*) = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} q_i^* - \sum_{i \in S} a_{ki} q_i^* = 0 \quad \forall k \in S$$

γ 想定のみ:

$$\frac{\partial}{\partial q_k} \pi_k(\boldsymbol{q}^*) = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} q_i^* - q_k^* = 0 \quad \forall k \in N - S$$

δ 想定のみ:

$$\frac{\partial}{\partial q_k} \Pi_{N-S}(\boldsymbol{q}^*) = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} q_i^* - \sum_{i \in N-S} a_{ki} q_i^* = 0 \quad \forall k \in N - S$$

均衡生産量$\boldsymbol{q}^*$はT($n \times n$行列)を用いて

$$\boxed{\boldsymbol{q}^* = T^{-1}\mathbf{1}}$$

γ想定 $t_{ij} = \begin{cases} 2a_{ij} & \text{if } i, j \in S \text{ or } i = j \\ a_{ij} & \text{otherwise,} \end{cases}$

δ想定 $t_{ij} = \begin{cases} 2a_{ij} & \text{if } i, j \in S \text{ or } \ i, j \in N - S \\ a_{ij} & \text{otherwise .} \end{cases}$

コアの存在 −*MNBP*−

両想定において以下で与えられるMNBP(Minimum No-Blocking Payoff)に対して
$MNBP \leq v(N)$ ⇔コアが存在する

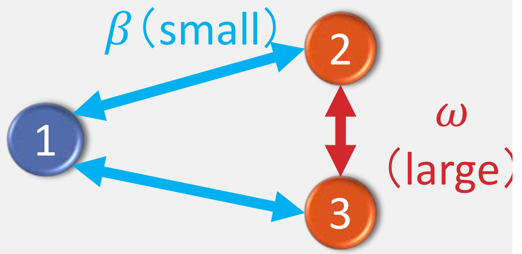
$$MNBP_\tau = \left|\begin{array}{rl} \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}_+^N \\ & \displaystyle\sum_{i \in S} x_i \geq v_\tau(S) \quad \forall\, S \subset N \text{ such that } S \neq N,\ \emptyset. \end{array}\right.$$

nに対して指数オーダーの, $2^n - 2$本の制約式によって
分析が困難に

Watanabe and Matsubayashi (2013)
代替性が非対称な市場(3企業)

- 市場は 2グループ{1} and {2,3}によって構成
- 製品間の代替性は
  - グループ内では ω
  - 異なるグループ間は β
    $(0 \leq \beta \leq \omega \leq 1)$

$$
\begin{aligned}
p_1 &= 1 - q_1 - \beta q_2 - \beta q_3 \\
p_2 &= 1 - \beta q_1 - q_2 - \omega q_3 \\
p_3 &= 1 - \beta q_1 - \omega q_2 - q_3
\end{aligned}
$$



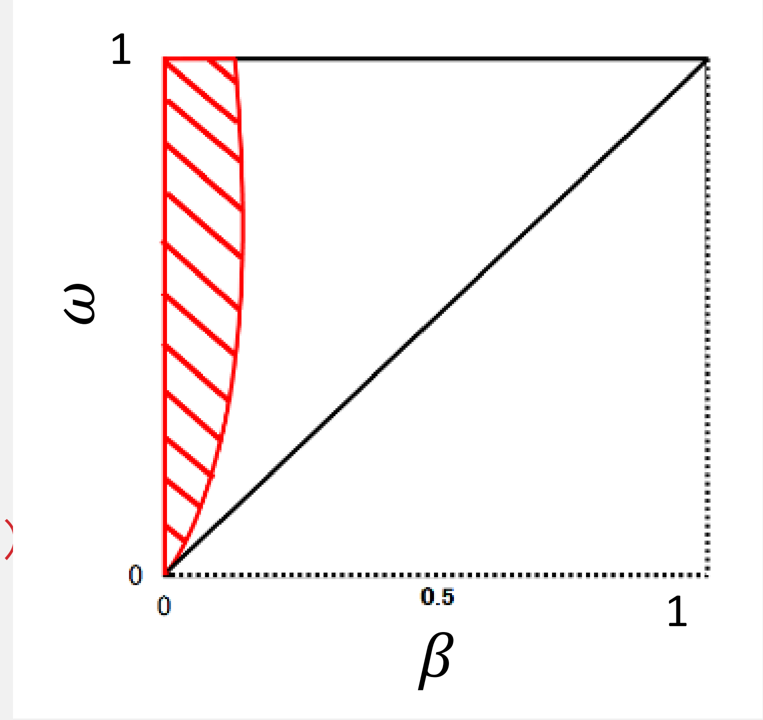
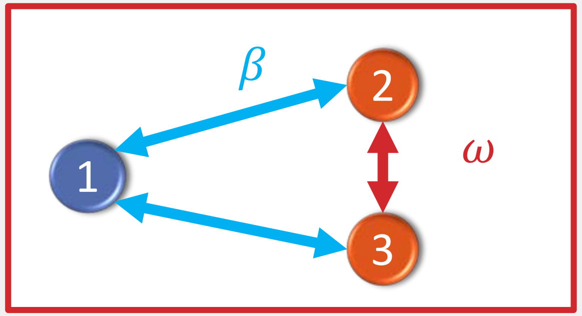


図: δコア が存在する領域

- γコア は常に存在する。
- δコア の存在条件は ・市場全体での代替性が小さい
  ・非対称性が大きい

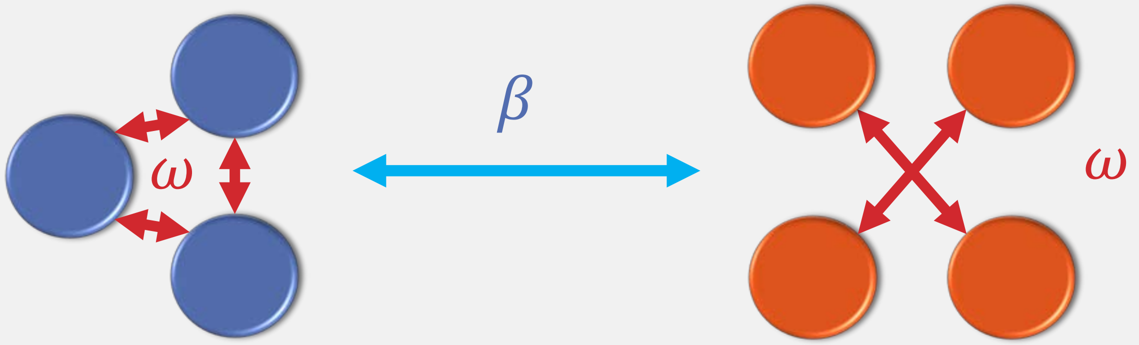
モデル 1–1
2グループの市場



Watanabe and Matsubayashi (2013),
3企業の場合

- 市場は2つのグループから成る.
  （$N = M_1 \cup M_2$, $|M_1| = m$, $|M_2| = n - m$）
- 企業間の代替性は
  - グループ内ではω
  - 異なるグループ間はβ
  - $0 \leq \beta \leq \omega \leq 1$

$$a_{ij} = \begin{cases} \omega & i, j \in M_k \\ \beta & \text{else} \end{cases}$$



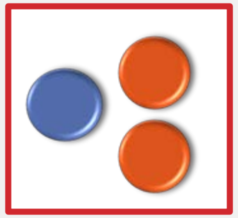
モデル 1-1
δコア

δコアの存在条件は以下の通りになった（ω=1）

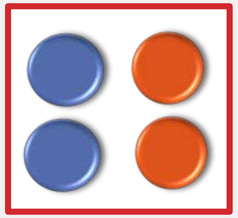
n=3の場合, $\beta \leqq 0.129$ ならばδコアは存在

n=4の場合,
- m= 2, $\beta \leqq 0.125$, ならばδコアは存在
- m=1, 3 δコアは存在しない

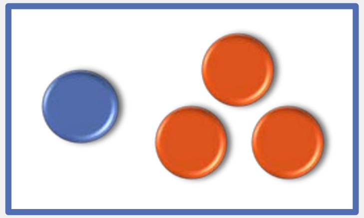
$n \geq 5$の場合δコアは常に存在しない.



n=3



n=4, m=2



n=4, m=1,3

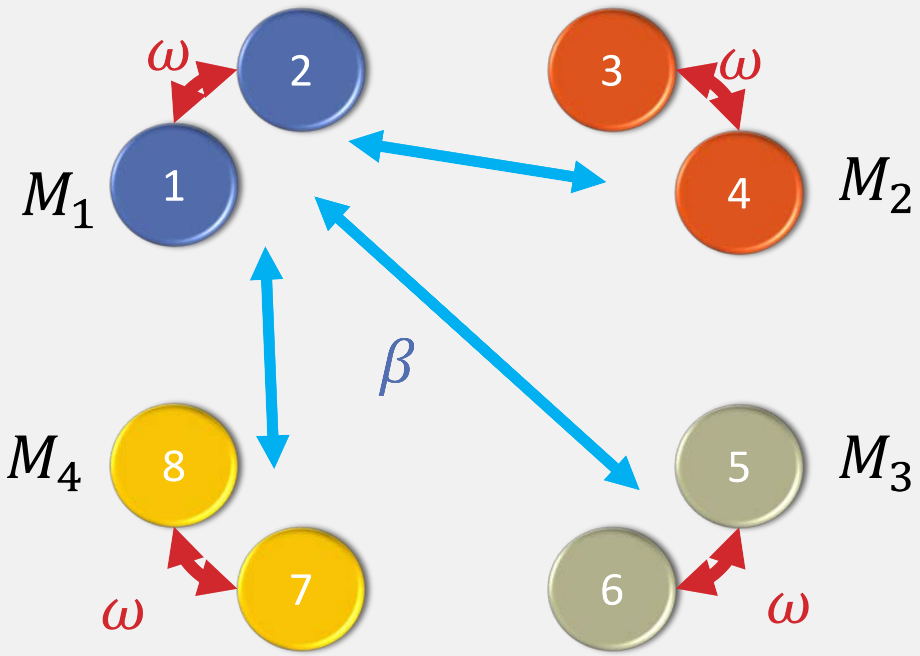
$n \leq 4$で非対称性が大きい場合のみδコアが存在

どちらかのグループに3企業以上が含まれる場合、δコアは存在しない

モデル 1-2
2企業グループ市場

- $N = M_1 \cup M_2 \cdots \cup M_{\frac{n}{2}}$
- 各M_kは対称な2企業から成る
- $M_k = \{2k-1,\ 2k\}$
- 企業間の代替性は
  - グループ内ではω
  - 異なるグループ間はβ
  - $0 \le \beta \le \omega \le 1$

$$a_{ij} = \begin{cases} \omega & i, j \in M_k \\ \beta & \text{else} \end{cases}$$

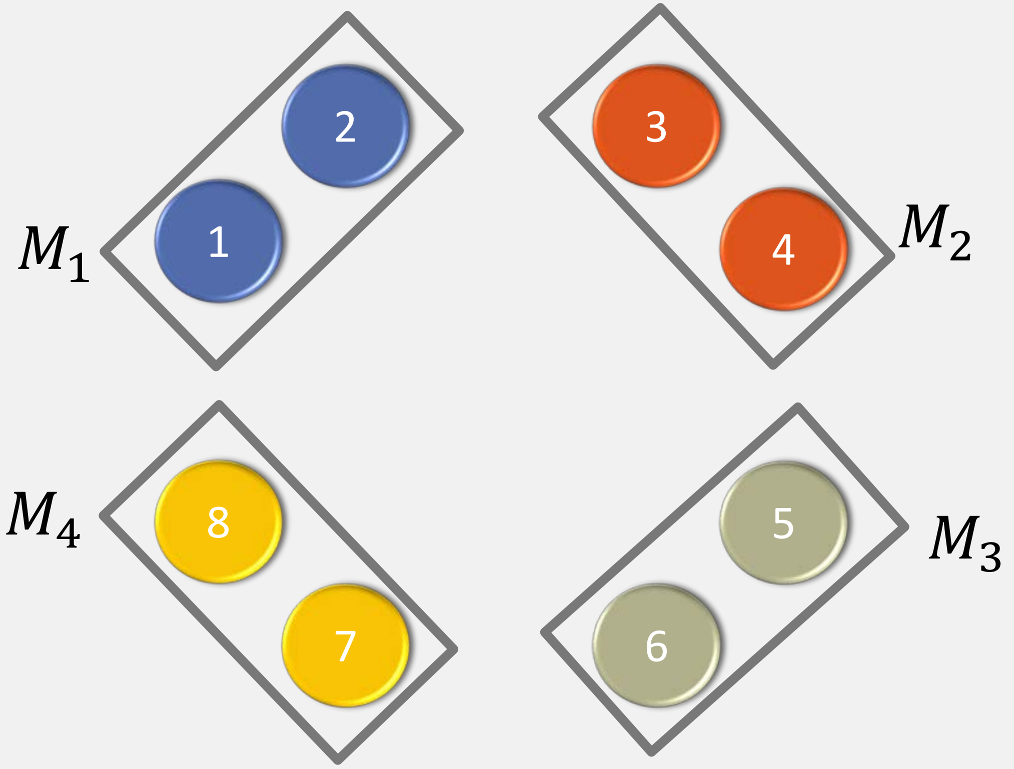


モデル 1–2
δコア

δ想定では

$n \geq 6$ならばδコアは存在しない

$\because\ v(N) < \sum_{i=1}^{n/2} v(M_i)$

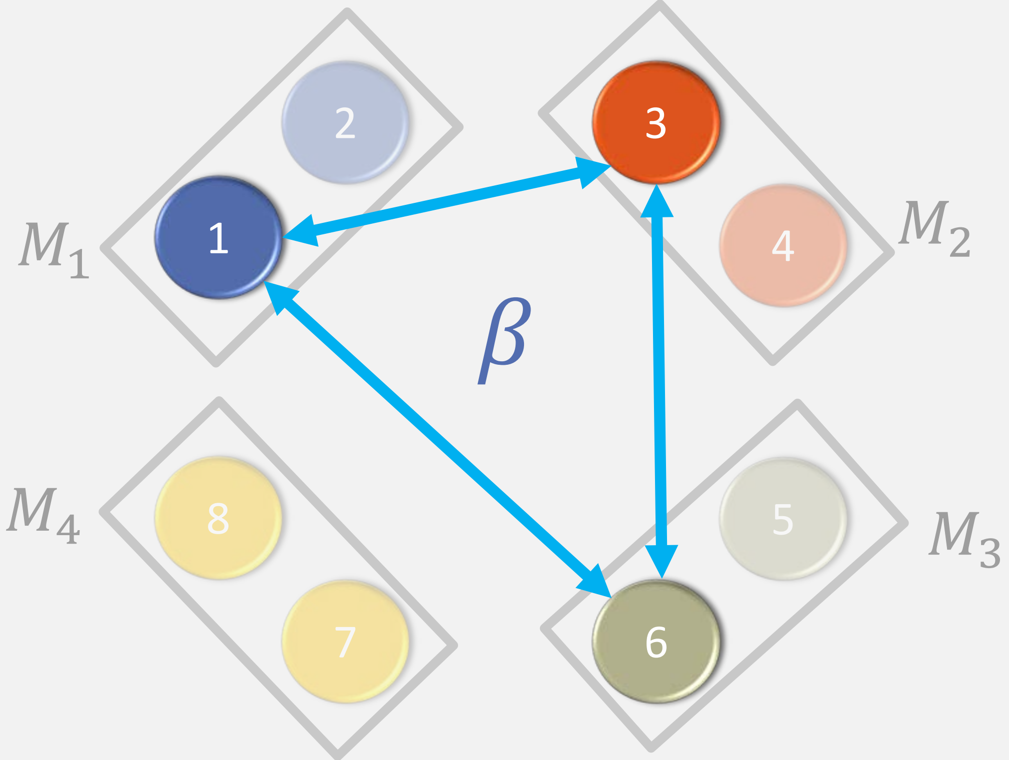


モデル 1-2
δ コア

δ 想定では

- 各グループによる提携値$v(M_k)$が大きくなった。

- $n > 4$ならば δ コアは存在しない
  $\because\ v(N) < \sum_{i=1}^{n/2} v(M_i)$



δ コアが存在するためには、
・市場全体の代替性が小さいだけで無く、
・3企業以上が対称な代替関係を持たないことが必要だと推定される。

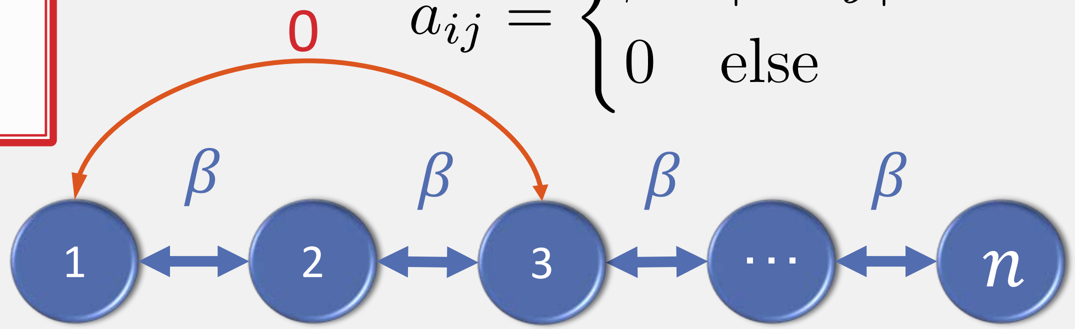
モデル２：直線市場

- 市場はホテリングの線形市場に似た形を想定。
- 各企業は等間隔で直線上に立地する。
- 隣り合った企業間の代替性は β（十分に小さい場合を想定）
- 他の企業間では無視できるほど小さい

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \beta & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \beta & 1 & \beta & 0 & & & \vdots \\ 0 & \beta & 1 & \beta & \ddots & & \\ 0 & 0 & \beta & \ddots & \beta & 0 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \beta & 1 & \beta & 0 \\ \vdots & & & 0 & \beta & 1 & \beta \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

中心から等距離にある2つの企業のみ対称となることに注意！

$$a_{ij} = \begin{cases} \beta & |i-j| = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



均衡の導出

一階の条件を用いて
生産量q^*は

$$\boxed{\boldsymbol{q}^* = T^{-1}\mathbf{1}}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & b_1\beta & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ b_1\beta & 1 & b_2\beta & 0 & & & \\ 0 & b_2\beta & 1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & 1 & b_{n-2}\beta & 0 \\ & & & 0 & b_{n-2}\beta & 1 & b_{n-1}\beta \\ 0 & & \cdots & 0 & 0 & b_{n-1}\beta & 1 \end{pmatrix}$$

$$b_i = \begin{cases} 2 & \text{if } i, i+1 \in S \text{ or } i, i+1 \in N - S \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

以下で示された三重対角行列の逆行列によって均衡を求めた

Da Fonseca, C. M., & Petronilho, J. (2001). Explicit inverses of some tridiagonal matrices. *Linear Algebra and its Applications*, *325* (1–3), 7–21.

$$v(S) = \sum_{i \in S} q_i^* p_i^* = \sum_{i \in S} q_i^* \sum_{j \in S} a_{ij} q_j^*$$

均衡生産量

$3 \leq i \leq n-2$において

$$q_i^* = \frac{2^{n-1} - 2^{n-2}(b_{i-1} + b_i)\beta - 2^{n-3}(n - 3 + 3(d_i + e_i) - b_{i-2}b_{i-1} - b_i b_{i+1})\beta^2 + o(\beta^3)}{2^n - 2^{n-2}(n + 3r - 1)\beta^2 + o(\beta^3)}$$

ここで

$$d_i = \sum_{j=1}^{i-2} (b_j - 1) \quad e_i = \sum_{j=i+1}^{n-1} (b_j - 1) \quad r = \sum_{j=1}^{n-1} (b_j - 1)$$

生産量がβの多項式⇒ 価格、提携値もβの多項式

βが十分に小さい場合に注目

δコア
単独逸脱と全体提携 －δコアの存在－

δコア の存在条件（ n=3 ）
・市場全体での代替性が小さい
・非対称性が大きい

全体提携値v(N)と単独逸脱の提携値の和を比較する

$$v(N)=\frac{n-2(n-1)\beta-\left(n^2-5n+6\right)\beta^2}{4-4(n-1)\beta^2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} v(\{i\})=\frac{4-4\beta-(8n-21)\beta^2}{8-4(4n-7)\beta^2}+\frac{n-2-2(n-2)\beta-\left(2n^2-13n+20\right)\beta^2}{4-4(2n-5)\beta^2}$$

$$v(N)-\sum_{i=1}^{n} v(\{i\})=\frac{16\beta^2}{\left(4-4(n-1)\beta^2\right)\left(8-4(4n-7)\beta^2\right)\left(4-(8n-20)\beta^2\right)}>0$$

単独逸脱を防ぐ配分が可能
よって、β が十分に小さければ厳密にδコアが存在する

結論

過去の研究

3,4企業の非対称な市場　　γコアが常に存在し、

δコアが存在する条件は
(a). 市場全体の代替性が小さい
(b). 代替性の非対称性が大きい

本研究では

上記の結果の頑健性を一般のn企業市場で確認することができた。

特に、δコアは 代替関係が対称な企業が3企業以上存在しない直線市場において存在。

企業数が多いとδコアが存在しないという従来の悲観的な視点を覆した。