

# 銀行の流動性預金残高と満期の推定モデル

上武 治紀\*、 枇々木 規雄†

平成21年 7月 4日

## Abstract

新BIS規制では金利ショックにより、銀行勘定の取引で自己資本の20%を超える経済価値の低下が発生する銀行は「アウトライヤー銀行」とされる。銀行保有の国債等が抱えるリスク量を相殺するものとして流動性預金が注目されている。銀行の負債の大半を占める流動性預金は、一定額が口座内に滞留している。これは一般にコア預金と呼ばれる。コア預金は常時滞留し長期間の満期を有していると考えられているにもかかわらず、常時引き出し可能という性質から実態よりも低く満期が見積もられている。その結果銀行は、コア預金の実質的な満期を用いて資産のリスク量を相殺できず潜在的な収益機会を逃している。先行研究において標準的な手法は確立しておらず、ストレステストの要素の強いAA-Kijimaモデルなどが用いられるのが現状である。本研究では、実態に則した流動性預金の残高およびその満期の算出可能なモデルを提案し、数値分析を行う。

## 1 序論

2004年6月に公表された新BIS規制(バーゼルII)の最終規制では、① 上下200bpの平行移動による金利ショック、もしくは② 保有期間1年、観測期間最低5年の金利変動の1%と99%テイル値、の標準的な金利ショックにより、バンキング勘定の資産・負債、オフバランス取引で、自己資本の基本的項目(Tier1)と補完的項目(Tier2)の合計の20%を超える経済価値の低下が発生する銀行を「アウトライヤー銀行」と定義している。バンキング勘定の金利関連資産・負債、デリバティブ等はすべて金利リスク量の算出対象に含まれる。ただし、コア預金<sup>1</sup>を対象に含めるか否か、含める場合にはどのように含めるかが大きな焦点となっている。負債サイドのコア預金に対して実態に即した満期とその残高を推定することができれば、国債や銀行の抱える住宅ローンなどの長期貸出などの資産サイドの金利リスク量を相殺し低く抑えることができるからである<sup>2</sup>。

銀行ALMにおいて、負債に占める預金や資産に占める貸金の割合が高く金利リスクの計測は従来から重要視されてきた。しかし、負債の中でも特に大部分を占める流動性預金の金利リスクについて標準的な手法となるようなリスク管理手法は確立されていない。それは、流動性預金が定期預金や債券のように確定的な満期が存在するわけではなく、預金者が常時引き出し可能である

\*株式会社りそな銀行 リスク統括部 金融テクノロジーG, E-mail: haruki.kamitake@resonabank.co.jp

†慶應義塾大学 理工学部 管理工学科, E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp

<sup>1</sup>流動性預金は満期が定められていないが、ある一定額が口座内に「滞留する」という特徴を持っている。その流動性預金の滞留分がコア預金と呼ばれている。金融庁[6]はアウトライヤー基準の適用に際して、コア預金の定義を以下のどちらかを用いると定めている。

- ① 過去5年の最低残高、② 過去5年の最大年間流出量を現残高から差し引いた残高、又は③ 現残高の50%相当額のうち、最小の額を上限とし、満期は5年以内(平均2.5年以内)として銀行が独自に定める。
- 銀行の内部管理上、合理的に預金者行動をモデル化し、コア預金額の認定と期日への振分けを適切に実施している場合は、その定義に従う。

<sup>2</sup>現在の資産ポートフォリオに対してリスクを相殺できていれば、さらに債券投資や長期貸付による長期運用で収益機会を増やすことも可能であり、実際の流動性預金残高を推定することは銀行ALM、将来の収益を計画する上でも重要である。

というオプションを内包していること、さらにそのオプションは合理的に行使されるわけではないということが金利リスク管理を困難にしていると考えられる。2009年現在の本邦では低金利状態が継続しているが、今後金利が大きく変動することによって流動性預金残高の変動が起きた場合、銀行のALMへ与える影響は大きい。そのため流動性預金の金利リスクは銀行のリスク管理において潜在的に重要な課題となっている。

青野 [1] は流動性預金に関する先行研究のサーベイ<sup>3</sup>を行い、その中から 米国貯蓄金融機関監督局 (2001) のモデル (OTSモデル) と Jarrow and van Deventer [3] のモデル (JvDモデル) に対し、1995年6月～2005年6月までのデータを用いて、預金額と預金金利の推定を行い、両モデルともに実際の預金額の推移の傾向を概ね表現しているが、JvDモデルの方が良い推定結果であると述べている。しかし、2.1節でも示すが、2006年5月には1カ月物LIBORは前月に比べて約2倍に上昇し、その後の公定歩合の2度の上昇 (0.1%から2006年7月には0.4%、2007年2月には0.7%) と共に、1カ月物LIBORも大きく上昇した結果、法人の流動性預金は減少に転じ、個人の流動性預金も横ばい (微増) にとどまっている。そのため、JvDモデルの推定結果は2006年5月以降、実際の預金額の推移と乖離し、傾向を表現できるとは言い難くなっている。

そこで、本研究ではモデル化の新たな視点として、預金者行動を考慮した流動性預金モデルの構築を試みる。銀行への預金者の多くにとって、資金を預ける商品は普通預金 (流動性預金) と定期預金 (固定性預金) と考えられるが、過去の研究は流動性預金のみを対象としてモデル化している。それに対し、本研究では流動性預金に対する固定性預金の比率 (固定性預金比) をモデル化し、流動性預金の残高およびその満期の算出可能な残高推定モデルを提案する。モデル化にあたり、金融商品の選択基準のアンケート結果も利用する。また、代表的なモデルの一つである Jarrow and van Deventer モデル [3] や近年開発された AA-Kijima モデル [4] との比較も行う。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では従来から提案されている流動性預金モデルを紹介し、第3章では本研究で提案する流動性預金モデルについて説明する。第4章ではそのモデルを用いたシミュレーションを紹介し、第5章でまとめを行う。

## 2 先行研究：流動性預金残高と満期の推定モデル

### 2.1 Jarrow and van Deventer モデル

Jarrow and van Deventer [3] は (1) 式に示す流動性預金残高の推定モデル (以下、JvDモデル) を提案し、流動性預金の現在価値を計算している。

$$D(t) = D(0) \exp[\alpha_1 t + \alpha_2 t(t+1)/2 + \alpha_3 \sum_{j=0}^{t-1} r(t-j) + \alpha_4 (r(t) - r(0))] \quad (1)$$

ここで、 $D(t)$  は  $t$  時点の預金額、 $r(t)$  は  $t$  時点の市場金利、 $\alpha_i$  は定数 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) を示す。2002年4月～2008年9月までの全国銀行の法人、個人それぞれの流動性預金 (実測値) と1カ月物LIBORを用いて最尤法で推定した  $\alpha_i$  を (1) 式に代入して流動性預金を算出した結果を図1に示す。

図1の結果をみると、残高が増加傾向にあるときはうまく挙動を表わすことができるが、残高が増加傾向から減少傾向になることを表現することができない。これは残高を指数関数で記述しているからである。

<sup>3</sup>流動性預金の現在価値を算出するために、スプレッド付加後のディスカウント・ファクターを用いた評価モデルとして、Selvaggio(1996)、米国貯蓄金融機関監督局(2001)、無裁定価格理論に基づく評価モデルとして、Jarrow and van Deventer(1998)、O'Brien(2000)、Hutchison and Pennacchi(1996)を紹介している。

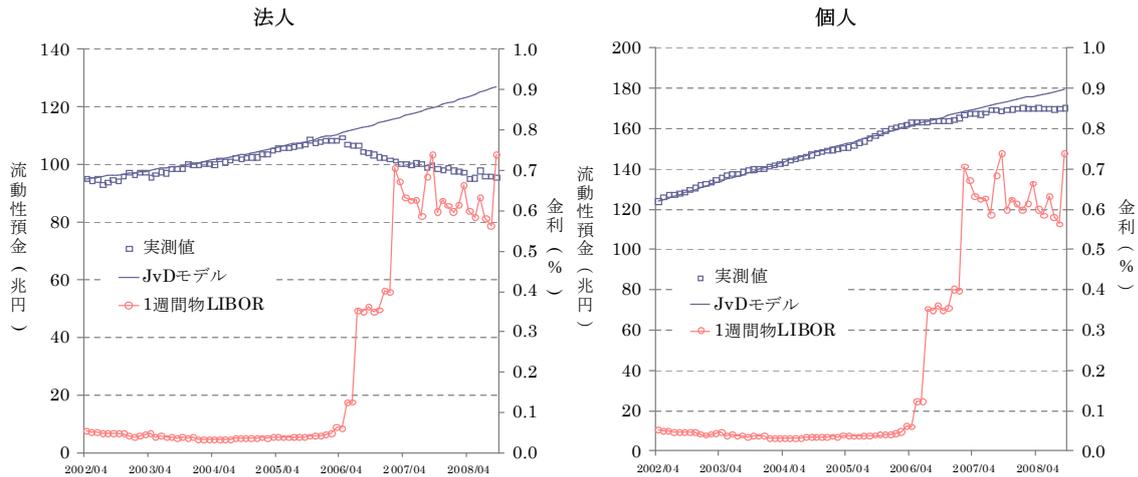


図 1: JvD モデルによる流動性預金

次に、期間を 10 年と設定して将来の残高変動シミュレーションを行う。その結果を図 2 に示す。

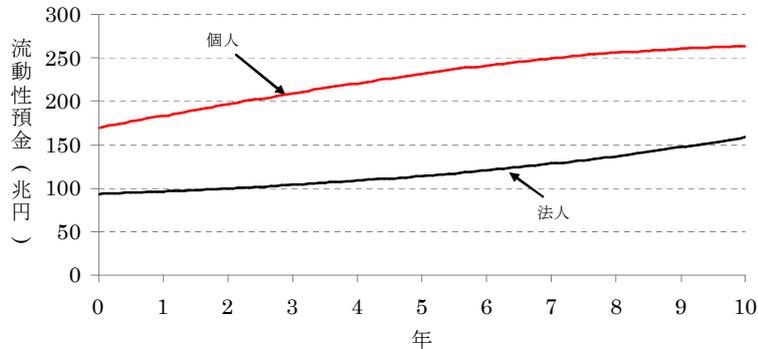


図 2: JvD モデルによる流動性預金残高予測

ここで、金利は 2008 年 9 月末時点における瞬間フォワードレートを用いる。法人、個人それぞれ残高の挙動は異なるものの将来にわたって増加し続けることがわかる。このため、満期を算出するときにキャッシュアウトフローが観測期間の最後に集約されてしまい、観測期間に依存して満期が決定されてしまうことになる。

## 2.2 AA-Kijima モデル

木島、伊藤 [4] は、レジーム・シフト・モデルとハザード・モデルを用いて銀行勘定金利リスク管理モデル (AA-Kijima Model) を構築している。見えないレジーム (局面) 間の確率的遷移を織り込むことができ、解析解が得られる。また、ストレステストの要素の強い仮定を置いている。全国銀行データを用いて実証研究を行っている。

### 2.2.1 レジームシフトモデル

預金残高変動が確率的にレジームを遷移するものとしてモデルを構築している。観測される残高データ  $\{\nu_0, \nu_1, \dots, \nu_T\}$  を用いて、 $[t-1, t]$  間の残高変動率  $\{y_t := \log \nu_t - \log \nu_{t-1}\}$  を

$$y_t = \mu_{R_t} + \sigma \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (2)$$

というレジーム・シフト・モデルで記述している。ここで、 $\{R_1, R_2, \dots, R_T\}$  はレジームを表す 1 次元マルコフ連鎖であり、 $\{1, 2, \dots, N\}$  の値をとる確率変数である。ただし、 $\{R_t\}$  を直接観測す

ることはできない。レジーム間の遷移は

$$\Pr(R_{t+1} = j | R_t = i) = p_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

という斉時的な推移確率行列で記述される。(2)式は、残高変動率のドリフト  $\{\mu_{R_1}, \mu_{R_2}, \dots, \mu_{R_N}\}$  がレジームによって確率変動することを表現している。このことによって、市場環境変化などの事象により、流動性預金残高が増加局面 ( $\mu_R > 0$ ) や不変局面 ( $\mu_R = 0$ )、減少局面 ( $\mu_R < 0$ ) を確率的に遷移することを織り込むことができるモデルとなっている。しかし、将来のレジーム間の推移確率を合理的に設定することは困難であることから、将来のレジームは金利上昇レジームから遷移しないという強い仮定を置いている。これはストレステストを行う設定と考えることができる。(2)式より  $t$  時点における預金残高は

$$V_t = V_0 \exp \left\{ \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma \epsilon_t \right\}, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (4)$$

と求められるので、これを利用して解析解を求めている。

### 2.2.2 Volume at Risk

(4)式は  $t$  年目における流動性預金残高の確率分布を与える。将来時点の保守的な残高推計値を示す指標として、“Volume-at-Risk”を用いる。Volume at Riskとは預金残高がある水準を下回る確率が  $\alpha\%$  となるような残高水準  $VaR_\alpha$  を意味しており、Value at Riskと同じ考え方で計算される指標である。

$t$  年目における  $100(1 - \alpha)\%$  Volume at Risk ( $VaR_\alpha(t)$ ) を用いることで、流動性預金のマチュリティラダーを構築することができる。具体的には、 $\{\tau_0 = 0, \tau_1, \dots, \tau_N = T\}$  という満期期間帯を設定し、期間  $[\tau_n, \tau_{n+1})$  に流出する預金額はすべて初期時点  $\tau_n$  で一時的に流出するとして、

$$X_{\tau_0} = V_0 - VaR_\alpha(\tau_1) \quad (5)$$

$$X_{\tau_n} = VaR_\alpha(\tau_n) - VaR_\alpha(\tau_{n+1}), \quad n = 1, \dots, N - 1 \quad (6)$$

$$X_{\tau_N} = VaR_\alpha(\tau_N) \quad (7)$$

と定義し、マチュリティラダーを構築する。このマチュリティラダーと普通預金金利の市場金利への追随率(感応度)  $\beta$  を用いると、各満期におけるエクスポージャー  $Y_{\tau_n}$  は、

$$Y_{\tau_0} = X_0 + \sum_{n=1}^N \beta X_{\tau_n} \quad (8)$$

$$Y_{\tau_n} = (1 - \beta) X_{\tau_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

と求めることができ、コア預金を各満期へ振り分ける。

木島、伊藤 [4] と同様に日本銀行から半期ごとに得られる「預金者別預金(金額階層別)」の1995年3月～2008年9月までのデータを用いて推定した法人、個人の将来残高を図3に示す。また、残高変化から得られるマチュリティラダーを図4に示す。10年後には個人、法人ともに大幅に残高が減少している。法人は約2年、個人は約4年で残高が半減しており相当に保守的な推定といえる。実際にこれほど残高減少することは考えられず、ストレステスト要素が強い。

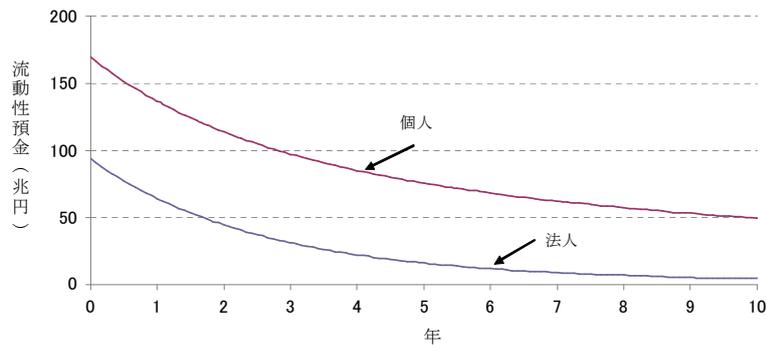


図 3: AA-Kijima モデルによる将来の流動性預金残高

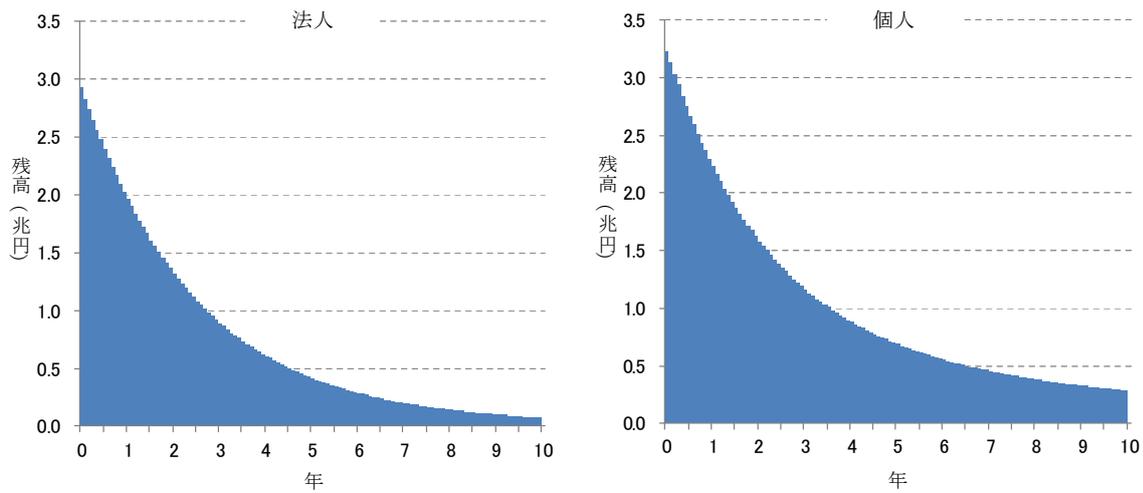


図 4: AA-Kijima モデルによるマチュリティーラダー

### 2.3 リトルの公式から得られる流動性預金の満期

普通預金に満期はないが、仮に満期があるとする。満期前にいつでも元本償還できるので、預金者はアメリカンプットオプション付の債券を買っているとも言える。しかし、通常の債券であれば金利が上昇して債券価格が下落したときに権利行使が行われる。普通預金の場合は過去の流動性預金残高の変化と市場金利の変化を比べてみても必ずしも連動しているとは言えない。このことから流動性預金をオプション付きの債券、つまりプッタブル債と考えるのは必ずしも妥当であるとは言えない。

全国銀行協会 [8] によれば、お金は社会生活における血液に例えられる。人間の体の中を血液が循環するように流れ動いて、経済社会に活力を与えている。こうしたお金の流れという点に注目し、「流れ」の一般的な関係式としてオペレーションズ・リサーチの待ち行列理論におけるリトルの公式を用いて流動性預金の満期を考えてみよう。系内人数の平均を銀行の流動性預金の平均残高  $D$ 、系内滞在時間を流動性預金の平均満期  $M$ 、単位時間あたりの入金額を  $\lambda$  と定義すると、平均残高  $D$  はリトルの公式を用いて (10) 式のように表すことができる。ここでは、リトルの公式を用いる場合と同様に預金額は系内は定常状態であるとする。

$$D = \lambda M \tag{10}$$

流動性預金の残高が定常状態であるかどうかを実際のデータを用いて確認しよう。日本銀行のデータ [2] を用いて全国銀行の預金残高および流動性預金の入出金額の時系列変化を図 5 に示す。2002 年 3 月の定期預金のペイオフ解禁の部分以外に急激な変化はみられない。残高の対象銀行を増やしたことにより、1989 年、1998 年に預金合計額が大きく変化しているため、この部分を除いて調べると、長期的には増加傾向にある。しかし、ある一定期間、たとえば過去 5 年間程度をみれば、入出金額の激しい変動に比べると、流動性預金はほぼ定常状態といってもよい水準である。入出金額については受入額・支払額がほぼ同額で重なっている。わずかに受入額が大きいため預金が増加している。

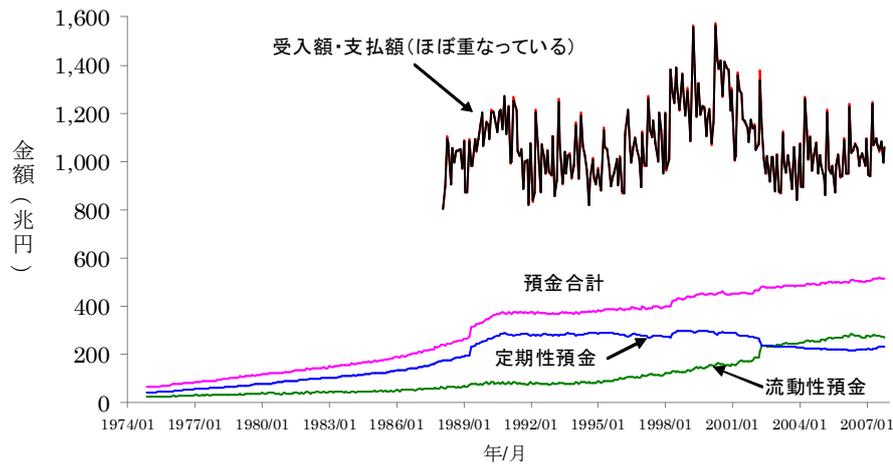


図 5: 預金および入出金額の時系列変化

次に日本銀行のデータを用いて、月次ベースの流動性預金の満期の時系列変化を見るとともに、平均満期を算出した結果を図 6 に示す。

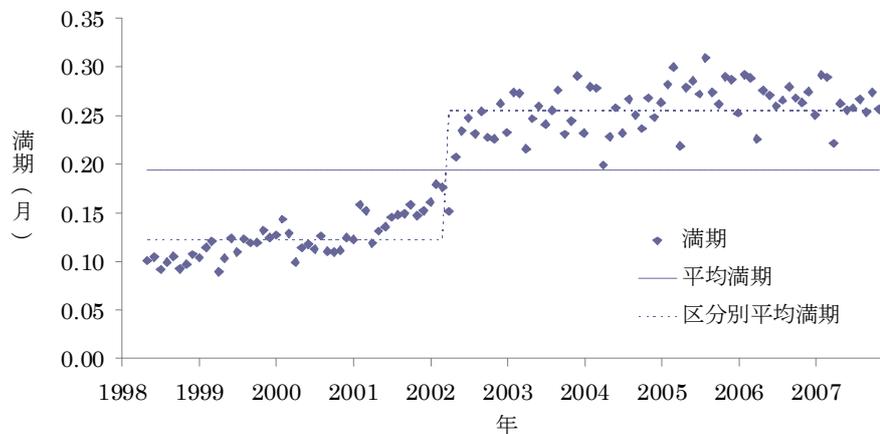


図 6: リトルの公式による流動性預金満期の時系列変化

ここで、平均満期は毎月の平均残高と毎月の入金額の合計額を用いて算出する。結果を見ると平均で約 6 日の満期となり、実感に合わない結果が得られる。なお、2002 年 3 月における定期預金のペイオフ解禁時期で分けた区分平均満期も算出したが、依然として短い満期であることに変わりない。このことからリトルの公式を用いると、個々の口座の流動性預金の満期は得ることができるが、銀行全体の流動性預金の満期を求め、リスク管理をするには不十分である。リトルの公式を用いて得られた満期は、最大限のリスク (全く入金・出金による相殺がなかった場合) を考えた流動性預金の満期になると考えられる。

### 3 固定性預金を考慮した流動性預金モデル

先行研究における流動性預金モデルは、流動性預金の過去データおよび金利データからモデル化しているものがほとんどである。しかし、第2章で述べたように流動性預金は決済性を要するため、ある一定額は口座に残留させようとする意識が働く。また、預金者はある一定額以上の預金額が口座に滞留すれば、剰余分は定期預金など他の金融資産にて運用しようとする。一般には満期のある預金を定期預金とよぶが、ここでは流動性預金という言葉と対比させるため、定期預金のことを固定性預金と呼ぶことにする。

そこで本研究では、流動性預金の残高推定のために、流動性預金の残高と市場金利だけでなく固定性預金の残高を考慮した新たなモデルを提案する。

#### 3.1 銀行預かり資産残高のモデル化

##### 3.1.1 銀行預かり資産残高の推移

昨今の「貯蓄から投資へ」の流れによって銀行においては外貨預金や国債、投資信託などリスク商品を購入する預金者が増加している。しかし、依然として全体の残高においては流動性預金と固定性預金が大半を占めており、この2資産で形成されているという前提をおいても大勢に影響を与えない<sup>4</sup>。

そこで、ある時間 $t$ での流動性預金を $D_t^L$ 、固定性預金を $D_t^F$ とすると、預かり資産 $A_t$ は(11)式のように定義される。

$$A_t = D_t^L + D_t^F \quad (11)$$

##### 3.1.2 預かり資産の変動分析

資産 $A_t$ は季節性があるため、原系列の変動を長期的傾向変動(Trend)、季節変動(Seasonal variation)、不規則変動(Irregular variation)の3つの変動へ分解し、特徴を調べる。個人・法人の流動性預金残高と固定性預金残高の合計額の原系列、長期的傾向変動、季節変動および不規則変動を図7に表す。個人と法人の違いでそれぞれ特徴がみられる。

図7の右上図の長期的傾向変動をみると、個人は長期的に増加傾向があることがわかる。法人の残高は、ここ10年程度では長期的に大きな変動は見られない。図7の左下図は季節変動を表わしている。循環変動であるため2年分の変化を抽出して記載した。個人は、一般的なボーナスの支給月である7月と12月に急増し、その後減少するという傾向がみられる。法人は、6月の納税時期や、7月、12月の従業員へのボーナス支給などで減少していることがわかる。図7の右下図は不規則変動を表わしている。図7の左上図をみてわかるように個人の方が法人よりも残高が大きいのにも関わらず、不規則変動は法人よりも小さく、残高は安定していることがわかる。法人は個人に比べて決済の額も大きく、市場変動への感応度も高いことから不規則変動のボラティリティが大きい。

ただし、法人・個人ともに特徴的な季節変動、不規則変動はみられるものの原系列と長期的傾向変動に大きな差異はない。このことから、本邦における流動性預金と固定性預金の合計額ボラティリティが小さく、安定していることがわかる。

<sup>4</sup>日本銀行・統計データのマネースtock (M1、準通貨、CD、投資信託)のうち、本研究ではM1を流動性預金、準通貨を固定性預金とすると、流動性預金と固定性預金が90%以上を占めている。

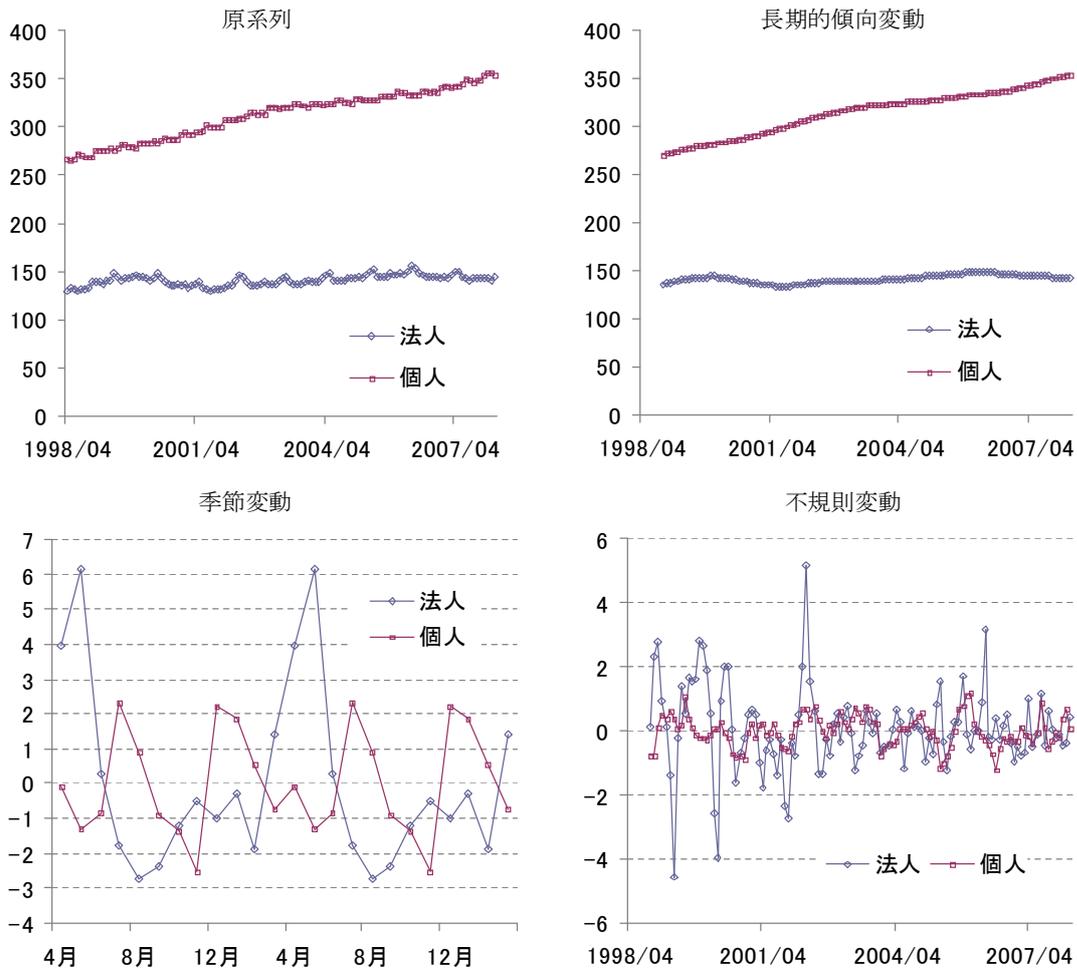


図 7: 預かり資産(単位: 兆円)

次に、個人の預かり資産は長期的に増加しているが、その変動率が正規分布に従っているかを確認する。正規性の検定のために Shapiro-Wilk 検定を行うと、 $p$  値が 0.8877 と高い値を示しており、図 8 の累積分布関数と QQ-plot を視覚的に確認しても正規分布に従っているとと言える。

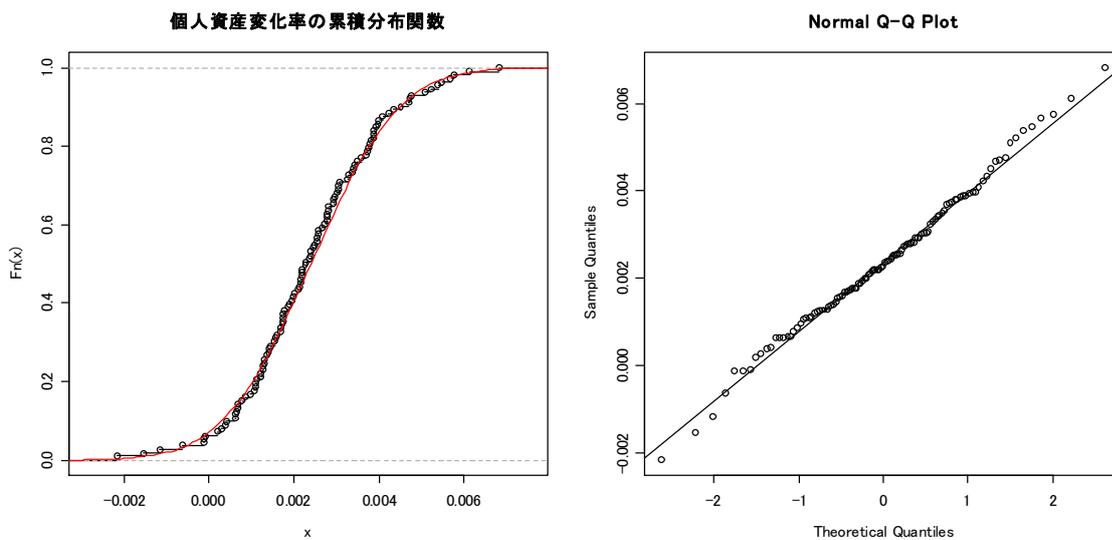


図 8: 個人資産変動率の累積分布関数および QQ-plot

したがって、本研究においては、個人の預かり資産の月次変化率は正規分布に従うものとする。

個人預かり資産  $A_t$  の月次変動率を  $\lambda_t$  とし、その確率過程を (13) 式のように定義する。

$$\lambda_t = \ln \left( \frac{A_{t+1}}{A_t} \right) \quad (12)$$

$$d\lambda_t = \mu dt + \sigma dz \quad (13)$$

1998年4月～2008年8月までのデータを用いて、パラメータ  $\mu$  と  $\sigma$  を求めると、

$$\mu = 0.002395655, \quad \sigma = 0.001625062$$

という結果が得られた。ドリフト  $\mu$  に対してボラティリティ  $\sigma$  の値が小さく安定した資産であることがわかる。一方、法人の預かり資産の累積分布関数と QQ-plot を調べると、ここでは紙面の紙面の都合上省略するが、個人と比べて必ずしも正規分布に従っているとはいえない。しかし、簡単のため個人と同様に正規分布に従っていると仮定してパラメータを算出すると、

$$\mu = 0.0004969997, \quad \sigma = 0.01005968$$

という結果が得られた。個人とは逆にドリフト  $\mu$  に対してボラティリティ  $\sigma$  の値が大きく変動の大きい資産であることがわかる。

### 3.2 固定性預金比モデル

#### 3.2.1 流動性預金と固定性預金

2002年3月の定期預金のペイオフ解禁により1,000万円を超える定期預金は全額保護されないことから、固定性預金から流動性預金へ大幅にシフトされている。前節で述べたように投資信託の残高も「貯蓄」から「投資」への流れにより増加傾向にあるものの、依然として日本人の金融資産は預貯金に占める割合が高く、投資信託の占める割合は低い。そのため、流動性預金の増減は固定性預金と連動していることが予想される。法人と個人の流動性預金と固定性預金の関係を図9に示す。

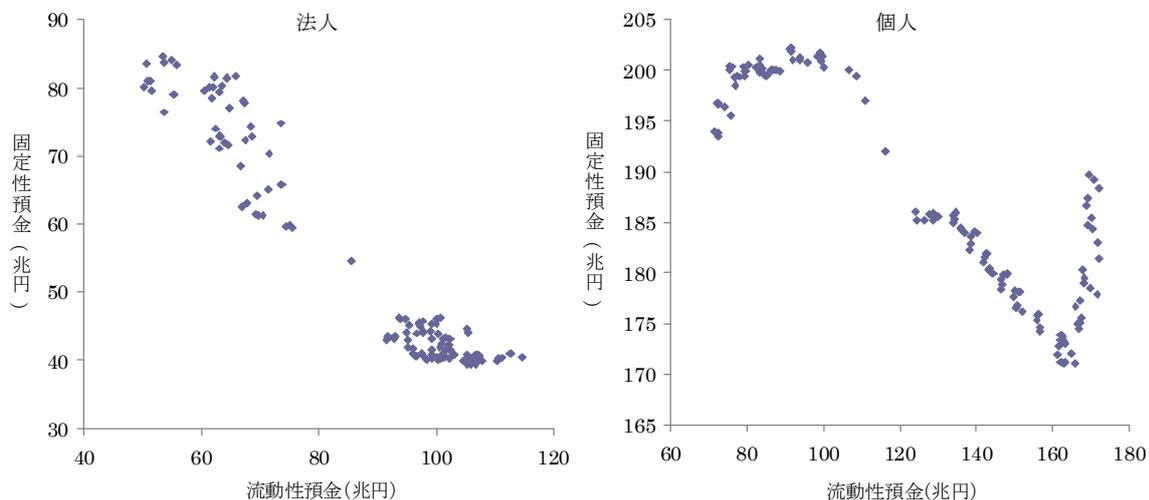


図 9: 流動性預金と固定性預金

法人は強い負の相関の関係がみられ、相関係数は  $-0.8$  程度である。流動性預金が減少したときに一定の割合で固定性預金が増加し、残りは現金として流出するか他資産へとシフトしている。

一方、個人の場合、一概に負の相関の関係というわけではなく、正の相関をもつ期間も存在している。流動性預金が  $70 \sim 90$  兆円の部分で固定性預金が増加していたり、 $160$  兆円を超えた辺りでは、流動性預金は大きく変化していないにもかかわらず固定性預金は急増加しているが、この

要因は金利水準の変化である。図 10に流動性預金残高(法人・個人)と市場金利(1週間物LIBOR)の時系列変化を示す。

上記で述べた個人の流動性預金と固定性預金の正の相関部分においては急激な金利水準の上昇がみられる。特筆すべきは、金利水準が上昇した場合でも流動性預金は減少していないことである。もちろん現状の本邦の金利水準では上昇したといっても0.5%程度であり諸外国と比較すると低水準であるため減少しないともいえるが、一般的に言われているように、金利水準が上昇したときに固定性預金が増加し、流動性預金が減少するという一概にはいえない。2001~2002年にかけては、金利が上昇しているにもかかわらず流動性預金が増加し、固定性預金が減少しているが、これは定期預金のペイオフ解禁という特殊要因のためである。

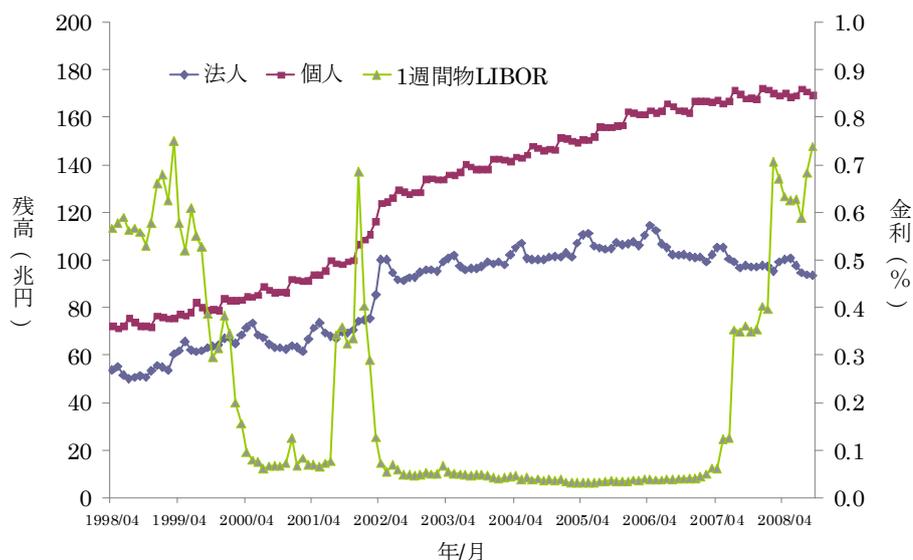


図 10: 流動性預金残高と市場金利の時系列変化

2002年3月の定期預金のペイオフ解禁時には流動性・固定性双方の残高が大きく変化している。それにもかかわらず、流動性預金と固定性預金の関係を表す図9では、ある曲線上にプロットされていることがわかる。このことから固定性預金の残高の動きを用いて、流動性預金という満期のない金融商品の残高のモデル化を行う。

### 3.2.2 モデル化

3.2.1項において、流動性預金と固定性預金の関係を示したが、モデル化にあたり流動性預金と固定性預金の関係をより数値として捉えやすいように固定性預金の値を流動性預金の値で除して基準化した値を固定性預金比と定義し、(14)式に示す。

$$\rho_t = \frac{D_t^F}{D_t^L} \quad (14)$$

ここで、 $D_t^L$ は $t$ 時点での流動性預金残高、 $D_t^F$ は $t$ 時点での固定性預金残高を表す。固定性預金比の値が1であれば、流動性預金と固定性預金と同額であることを示す。法人および個人の流動性預金と固定性預金比の関係を図11に示す。

図9と比べるとより明確に両者の関係がわかる。特に図11の右図の個人のプロットをみると、図9の右図において正の相関と負の相関部分が共存していたプロットが、一つの曲線上にプロットされていることがわかる。流動性預金と固定性預金比には密接な関係があることから、固定性預金比の時系列変化をモデル化することにより将来の流動性残高を推定する。

法人、個人の固定性預金比と市場金利(1週間物LIBOR)の時系列変化を図12に表す。2002年3月において定期預金のペイオフが解禁されたことから、固定性預金比がその時点において大きく減少している。また、2002年以前での個人の金利感応度は高くなく、2006年以降は金利の上昇にわずかに反応している。法人の残高は2002年前後もともに金利に反応していることがわかる。

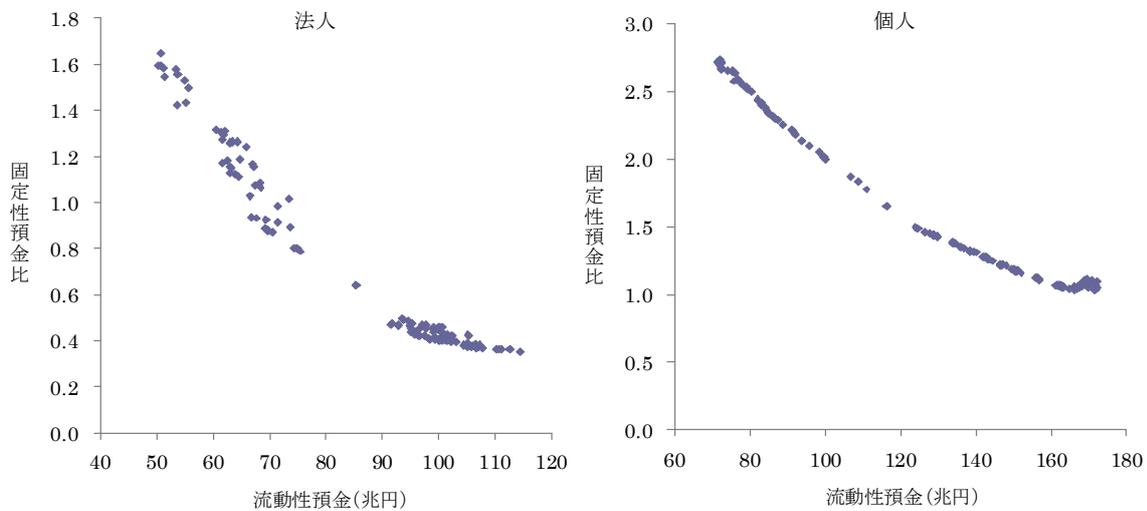


図 11: 流動性預金と固定性預金比

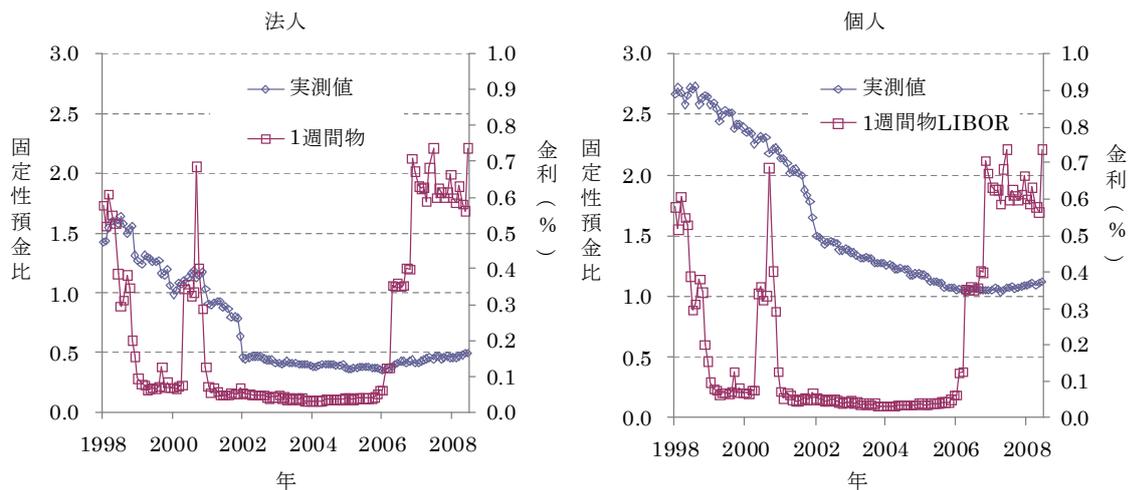


図 12: 固定性預金比と市場金利の時系列変化

そこで、ペイオフ解禁後の期間を用いて、以下に示す4つのタイプのモデル化の方法を提案し、比較を行う。まずはじめに、固定性預金比と時間の関係として、時間の経過とともにある金利水準を境に減少傾向になるか増加傾向になると仮定する。最も単純なモデルとして、以下のモデル1を提案する。ただし、 $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$  は定数、 $r_t$  は  $t$  時点の市場金利である。

$$\text{モデル1 : } \rho_t = \alpha_1(r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \quad (15)$$

しかし、モデル1のままでは金利変動によって変化するのは固定性預金比の傾きのみとなる。実際には金利水準の上下によって固定性預金比の値も上下にシフトされると仮定し、モデル1を変形したモデルをモデル2と呼び、(16)式に示す。ただし、 $\alpha_i (i = 1, 2, 3, 4)$  は定数である。

$$\text{モデル2 : } \rho_t = \alpha_1(r_t - \alpha_2)t + \alpha_3r_t + \alpha_4 \quad (16)$$

モデル1では時間の係数が、モデル2ではそれに加えて固定性預金比が金利に単純に比例している。しかし、金利水準が倍になったからといって、必ずしも固定性預金比も倍になるほど流動

性預金から固定性預金へシフトされるとは限らない。ただし、現在の低金利水準では預金者がどのような投資行動を起こすのかをみることはできないので、金融広報中央委員会 [5] の「家計の金融資産に関する世論調査」の「金融商品選択基準(2人以上世帯調査)」の時系列データを参考にして、金利変動と資産シフトの関係をモデル化する。これは貯蓄する金融商品を決める場合に、どのようなことに最も重点をおいて選んでいるかを調査したものである。その調査結果を図13に示す。

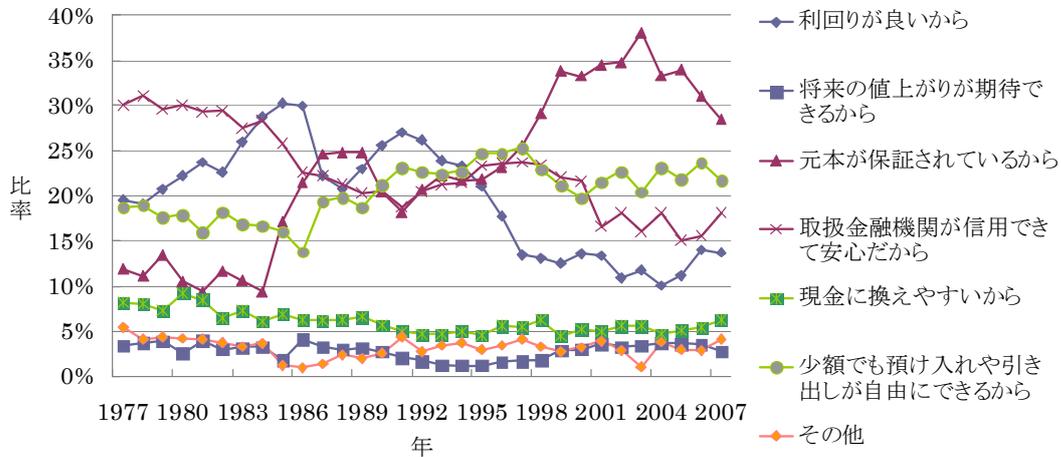


図 13: 金融商品選択基準の時系列変化

項目は大きく以下のように分類されている。

- 収益性：「利回りが良いから」「将来の値上がりが期待できるから」
- 安全性：「元本が保証されているから」「取扱金融機関が信用できて安心だから」
- 流動性：「現金に換えやすいから」「少額でも預け入れや引き出しが自由にできるから」

この中で市場金利と関係が深い「利回りが良いから」の項目に注目し、1990年～2007年5月末の1カ月物LIBOR とその関係を図14に示す<sup>5</sup>。

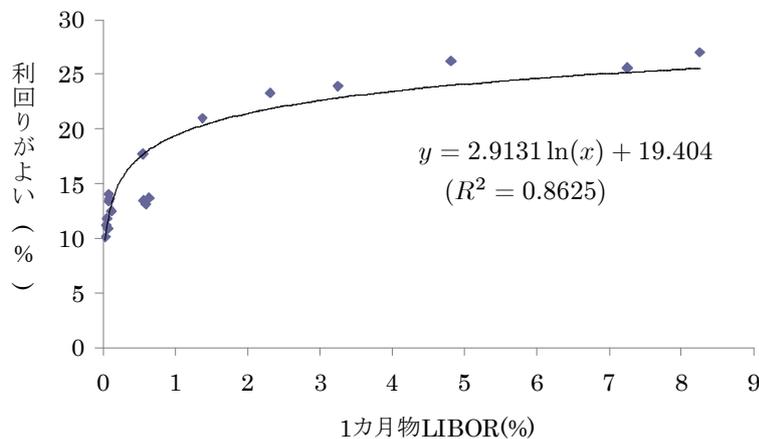


図 14: 市場金利と金融商品選択に関する調査結果との関係

金利の上昇に伴って、項目「利回りが良いから」の値が金利の自然対数の値に比例して上昇している。アンケート結果に基づいて変形した固定性預金比のモデルをそれぞれモデル3、モデル4として、(17)式、(18)式にそれぞれ示す。

$$\text{モデル3} : \rho_t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \quad (17)$$

<sup>5</sup>市場金利として5月末のデータを用いた理由は、アンケートの調査時期が毎年6月頃であり、その直前のデータを用いるためである。

$$\text{モデル4: } \rho_t = (\alpha_1 \ln r_t - \alpha_2)t + \alpha_3 \ln r_t + \alpha_4 \quad (18)$$

### 3.2.3 パラメータ推定および推定結果

2002年4月～2008年9月のデータを用いて、モデル1～モデル4のパラメータを推定する。先述した金融商品選択のアンケートではラグは発生しないことを確認したが、実際に固定性預金へ預入する時期にはラグの発生が想定されるので、パラメータ推定の際には、ラグがない場合、ラグを1カ月、2カ月、3カ月、6カ月、1年とする6パターンの金利を用いる。非線形最小二乗法を用いて推定したパラメータの値を表1に示す。

表 1: 固定性預金比に対する推定パラメータ

	法人				個人			
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
モデル1 ラグなし	0.003283	0.623241	0.455681	-	0.004552	1.927362	1.475540	-
ラグ1カ月	0.003302	0.602396	0.454886	-	0.004581	1.898359	1.474488	-
ラグ2カ月	0.003242	0.592218	0.454099	-	0.004674	1.865140	1.475769	-
ラグ3カ月	0.003133	0.578629	0.452457	-	0.004724	1.841618	1.476162	-
ラグ6カ月	0.002863	0.525916	0.447276	-	0.004699	1.802501	1.473279	-
ラグ1年	0.002413	0.381088	0.435873	-	0.004627	1.691932	1.461604	-
モデル2 ラグなし	0.006860	0.317637	-0.245880	0.467030	0.018055	0.513424	-0.929400	1.518437
ラグ1カ月	0.006860	0.313243	-0.243130	0.466715	0.018941	0.493163	-0.981430	1.522235
ラグ2カ月	0.005920	0.343708	-0.184730	0.462893	0.018176	0.511368	-0.931930	1.520133
ラグ3カ月	0.004930	0.382896	-0.124970	0.458302	0.017338	0.531685	-0.878340	1.517243
ラグ6カ月	0.002110	0.698946	0.053450	0.444837	0.014816	0.599078	-0.719080	1.506102
ラグ1年	-0.009090	-0.039640	0.843387	0.394356	-0.000200	-38.336000	0.353884	1.444184
モデル3 ラグなし	0.000752	-0.000250	0.459862	-	0.000972	0.005590	1.476742	-
ラグ1カ月	0.000749	-0.000300	0.459359	-	0.000985	0.005529	1.477154	-
ラグ2カ月	0.000740	-0.000330	0.458687	-	0.001006	0.005481	1.478414	-
ラグ3カ月	0.000726	-0.000370	0.457573	-	0.001019	0.005425	1.478975	-
ラグ6カ月	0.000674	-0.000490	0.452803	-	0.001024	0.005220	1.477159	-
ラグ1年	0.000569	-0.000770	0.440795	-	0.001008	0.004663	1.466628	-
モデル4 ラグなし	0.001609	-0.002810	-0.054940	0.290603	0.003640	-0.002380	-0.170910	0.950200
ラグ1カ月	0.001443	-0.002330	-0.044160	0.324745	0.003475	-0.001760	-0.158360	0.994395
ラグ2カ月	0.001311	-0.002000	-0.036580	0.347305	0.003403	-0.001530	-0.153600	1.010687
ラグ3カ月	0.001154	-0.001620	-0.027650	0.373438	0.003291	-0.001220	-0.146720	1.032461
ラグ6カ月	0.000678	-0.000510	-0.000280	0.451961	0.002853	-0.000130	-0.120580	1.110942
ラグ1年	-0.000770	0.003003	0.090058	0.707673	0.000980	0.004745	0.001954	1.472419

モデル1では、法人・個人ともにラグが大きくなるにつれて、 $\alpha_2$ が減少するため、固定性預金比は減少する。ラグが6カ月以上の場合、 $\alpha_2$ の絶対値は法人で0.6%前後、個人で1.9%前後となっている。法人では0.6%、個人で1.9%を超えてはじめて預金者が固定性預金比を増加させようとする事がわかる。

モデル2は、金利の係数が  $\alpha_2$  と  $\alpha_3$  の2つあり、モデル1のように  $\alpha_2$  の値によって預金者の投資行動の転換点を見出すことはできない。法人・個人の一部の  $\alpha_3$  の値がマイナスとなっており、ある月数経過するまでは金利が上昇すると固定性預金比が下がるという状況になっている。これは本邦において過去10年間は低金利状態が続いたため、全体として固定性預金比が減少する部分が多かったためである。

モデル3は、モデル1の金利の対数をとったモデルである。 $\alpha_3$ はモデル1とモデル3で法人・個人ともに大きな差はない。一方、 $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  の値は変動が大きく、モデル1のような明確な金利水準による投資転換点はみられない。よって、モデル1と同様に、現状では時間の経過によって固定性

預金比が減少することになる。金利が上昇するとその傾きが軽減されるにとどまる。

モデル4は、モデル2の金利の対数をとったモデルである。モデル1とモデル3を比較したときと同様に $\alpha_4$ は多少の上下はあるものの値のオーダーとしては差異はない。また、モデル2と同様に法人・個人の一部の $\alpha_3$ の値がマイナスとなっており、ある月数経過するまでは金利が上昇すると固定性預金比が下がる。これは、全体として固定性預金比が減少する部分が多かったためである。今後ある程度金利水準が上昇すればこれらの係数の関係がより明確になるだろう。

表1のパラメータを用いて、ここでは紙面の都合上モデル2とモデル4のみに対する固定性預金比と市場金利の時系列変化を図15、図16に示す。

市場金利の推移とともに固定性預金比の推定値はほぼ実測値の動きを記述できている。

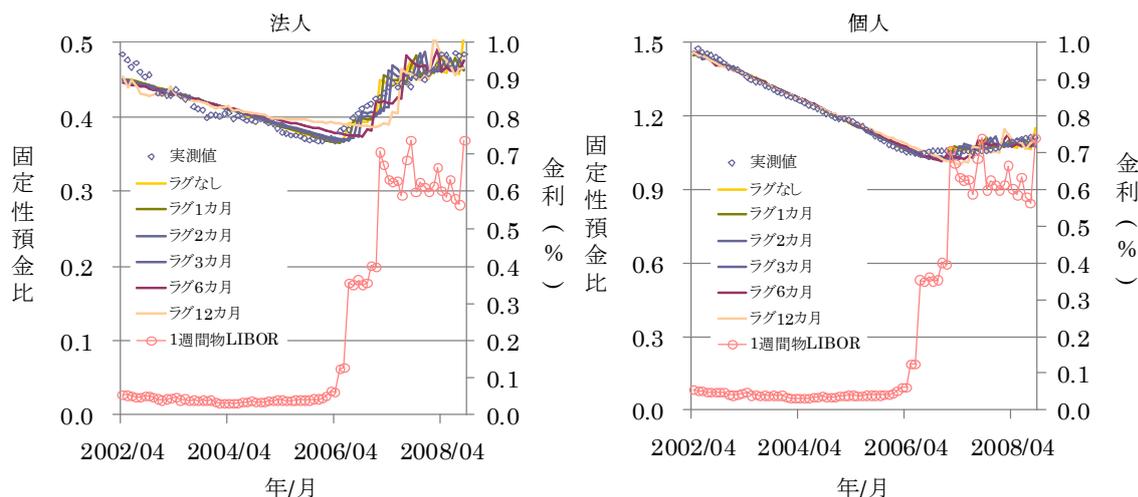


図 15: 固定性預金比と市場金利の時系列変化(モデル2)

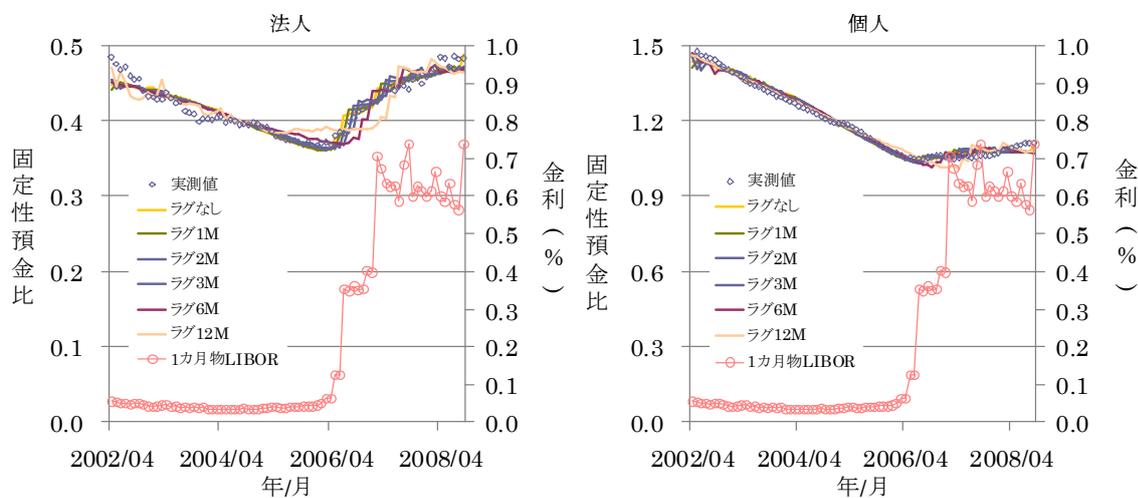


図 16: 固定性預金比と市場金利の時系列変化(モデル4)

### 3.2.4 モデルの説明力の比較

4つのモデルの中から実際の固定性預金比の動きを最もよく表すモデルを見いだすために、図15、図16に示すような時系列変化に加えて、残差の標準誤差を調べる。モデル1～モデル4の残差の標準誤差をラグごとに表わしたグラフを図17に示す。

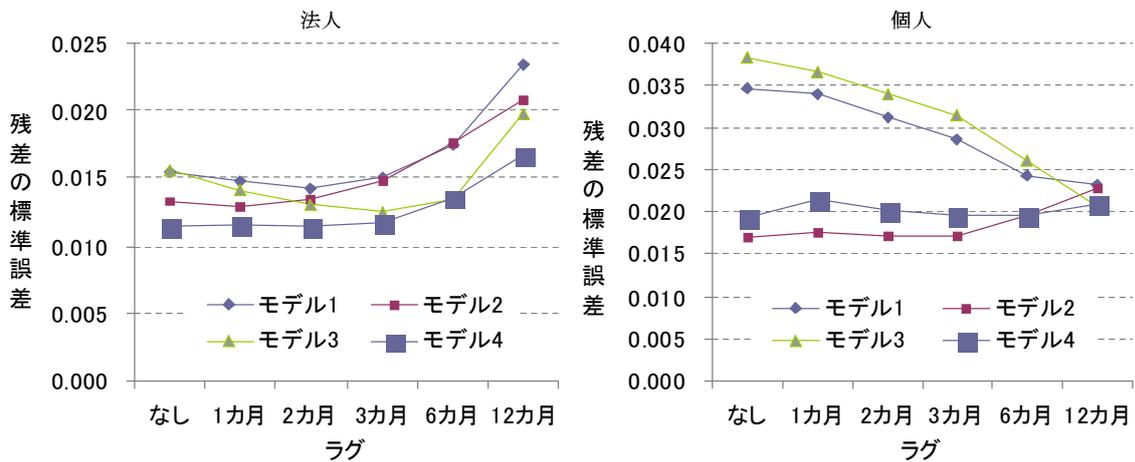


図 17: 各ラグでの残差の標準誤差

図 17の左図の法人はモデル4での標準誤差が全体的に小さい。最適なラグはモデルによって異なるが、比較的ラグが小さい方が標準誤差が小さいといえる。また、図 15、図 16に示すような時系列変化の左図(法人)を見てもラグ1カ月程度のときのあてはまりがよいことがわかる。

図 17の右図の個人をみると、モデル1、モデル3に比べてモデル2、モデル4の標準誤差は小さいが、ラグ1年では値が逆転しているものもある。モデル1、モデル3ではラグが大きい方が、モデル2、モデル4ではラグが小さい方が標準誤差が小さい。ただし、図 15、図 16に示す時系列変化をみてもわかるように金利水準が低い期間が長く続いており、後半の2年間で金利が上昇し始めている。このことからオーバーフィッティングの可能性が高い。紙面には示していないが、モデル1、モデル3に対するラグの違いによる時系列変化を見ると、長くなればなるほど当てはまりがよくなっており、実際に1年前の金利に反応して預金者が投資判断をしているとは考えにくい。そのため、モデル2、モデル4の方が全体的な標準誤差も小さいことからモデルとして優れているといえるだろう。

## 4 流動性預金残高と満期の推定

### 4.1 シミュレーションの設定

第3章において、預かり資産と固定性預金比のモデル化を行った。この2つのモデルを用いて、将来の流動性預金残高と満期の推定を行う。満期の推定はある時点での流動性預金の流出額を算出し、その流出額を現時点からその時点までの期間の満期をもつ預金とする。3章において全体的に比較的あてはまりのよかったモデル2,モデル4を用いてシミュレーションを行う。アンケート結果を用いて金利への感応度をモデル化した効果の違いをモデル2とモデル4を比較することによって調べることができる。また、長期のラグにおけるオーバーフィッティングの懸念からラグなし～ラグ3カ月までを考える。

法人の預かり資産は3.1.2項で示したように長期的傾向変動は一定の値に平均回帰している。一方、個人の預かり資産の性質は変動率が正規分布に従い、ボラティリティは小さく、ドリフト項は長期的に上昇傾向があるため、現状では流動性預金の残高は増加していくと考えられる。そこで、個人の預かり資産残高に関して、以下に示す3つのケースについてシミュレーションを行い、流動性預金の残高と満期の推定を行う。

(ケース1) 過去の期待成長率  $\mu$  を用いて、将来残高の期待値を算出する。

(ケース2) ドリフト項に関して過去のデータから得られた期待成長率 $\mu$ の符号をマイナスとし(過去に増加し続けてきた傾向を負の方向へと変換し)、AA-Kijimaモデル[4]に使われている確率99% Volume at Riskにより残高を減少させて、将来残高を算出する(ストレステストを行う)。(ケース3) 期待成長率 $\mu$ にマイナスを付した値を用いて、将来残高の期待値を算出する<sup>6</sup>。

将来残高を期待値で算出する場合の期待成長率の正負符号の違いはケース1とケース3を比較することによって、将来残高が期待値かVolume at Riskのどちらかによる違いはケース2とケース3を比較することによって調べることができる。

#### 4.1.1 流動性預金残高

(11)式と(14)式より、以下のように流動性預金残高を算出できる。

$$D_t^L = \frac{A_t}{1 + \rho_t} \quad (19)$$

前述した3ケースに対するシミュレーションによって、法人と個人それぞれの預かり残高を算出し、各モデルに対する固定性預金比 $\rho_t$ は(15)~(18)式を用いて計算する。将来の $r_t$ は現時点(ここでは2008年9月末時点)における1カ月のフォワードレートを10年分算出して用いる。ラグ1の場合は、最初の1カ月の参照金利を現時点の月の1週間物LIBORを用いるが、その後はフォワードレートをを用いる。ラグ2以降も同様の方法を用いて、最初のラグの月数分だけは現在の1週間物LIBORを用いる。法人と個人それぞれの3ケースの流動性預金残高の将来10年間の推移を図18、図19に示す。

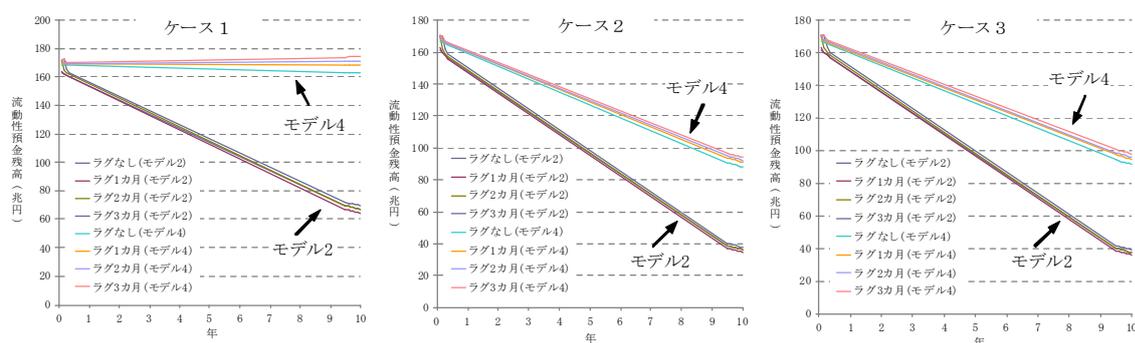


図 18: 流動性預金の将来10年間の残高変化(法人)

法人の3ケースはそれぞれ定性的な挙動に大きな違いはないが、ケース2が確率水準99%のVolume-at-Riskを考慮に入れている分だけやや残高は小さくなっている。各ケースに共通している点は、ラグが大きいほど残高の減少が抑制されている点である。ラグによる残高の違いはパラメータの影響もあるが、一番の影響は現時点の金利水準に比べてフォワードレートの方が高く、ラグの月数を考える分だけフォワードレートの上昇が遅れるためである。モデル2に比べて、金利の対数をとっているモデル4の方が相対的に金利の上昇による影響を抑えることができる。モデルの違いによる影響が大きく、ラグの影響は相対的に小さい。

<sup>6</sup>ケース2の Volume at Risk による残高の減少はあまりにも過度なリスクをとっている。個人・法人の口座は自らの意思によって金額を調整しており、極端に増加したり減少したりという動きはしない。そこで、確率99%の Volume-at-Risk を用いずにドリフト $\mu$ の符号をマイナスとして預かり資産を減少させるがケース3である。確率99%の Volume at Risk と比べるとリスクを低く見積もっているが、決して評価基準として一概に低い見積もりともいえない。第1章で述べた金利ショックが流動性預金に及ぼす影響がどの程度かは現段階では判断できない。しかも現在までの預金残高データで残高が大きく減少した部分はみられない(図5参照)。このことから決してリスクを軽視した基準ではないことがわかる。

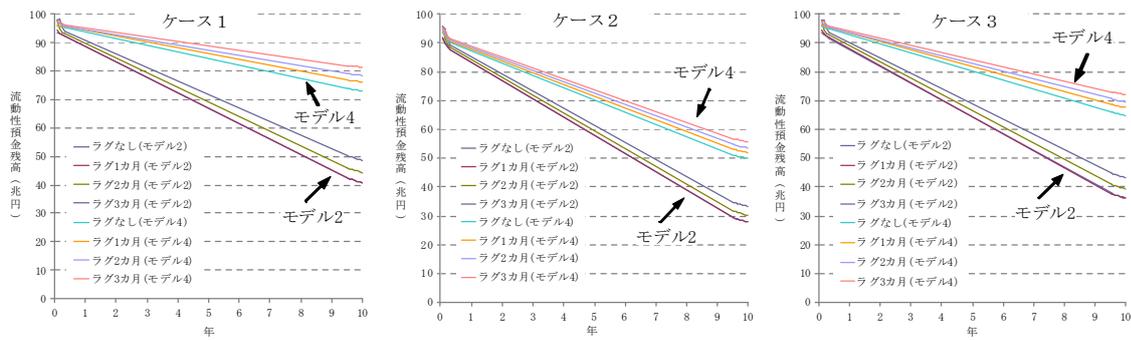


図 19: 流動性預金の将来10年間の残高変化(個人)

個人の3ケースをみると、ケース1ではモデルの違いで大きく残高に違いが出ている。モデル4ではフォワードレートの影響とドリフト $\mu$ の影響が相殺されて減少が抑えられている。また、ラグが大きいと残高が上昇している。それに対してモデル2ではドリフト $\mu$ による残高押し上げ効果を上回って金利上昇により残高が減少している。ラグによる影響は法人同様さほど大きくない。一方、ケース2、ケース3は定性的に法人と同様の挙動をしている。しかし、個人の $A_t$ のボラティリティが小さいため、ケース2とケース3の差はさほど大きくない。

#### 4.1.2 マチュリティラダー

流動性預金のマチュリティラダーおよび満期を算出し、先行研究であるAA-Kijimaモデルとの比較を行う。流動性預金のマチュリティラダーを図20、図23に示す。紙面の都合上、モデル2、モデル4のラグなしの場合の図のみを記す。例えば図20(左図)の1年のところをみると、およそ0.6兆円となっている。これは現時点から1年後に0.6兆円の流動性預金の流出が起ることを表わしている。なお、値がマイナスの場合は資金の流入を表わす。他の図の見方も同様である。

各図に共通しているのは経過時間最後の10年目に大きく残高が表れていることである。それぞれの図では見やすくするために上部分は省略し、数値のみを示している、10年時の残高は他に比べて大きいことがわかる。したがって、計算期間を延長すればラダーはより長期の満期へ割り振られることになる。法人と個人のケース1、ケース3のラダーは流出額が1~3年までに増加し、ピークを過ぎると徐々に減少している。モデル4よりもモデル2においてこの傾向は顕著である。ケース2は確率99%のVolume at Riskを考えているが、 $A_t$ のボラティリティが小さいために、ケース3に比べて最初の1年間の流出量をわずかに押し上げるのみである。

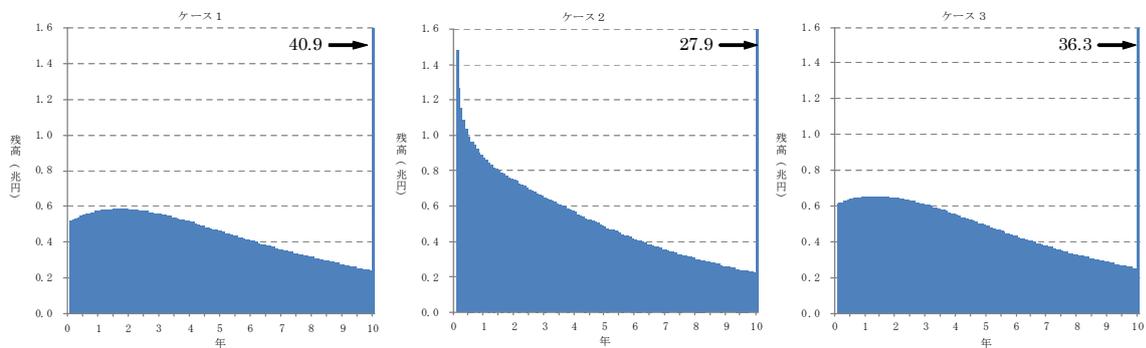


図 20: 流動性預金のマチュリティラダー(法人, モデル2)

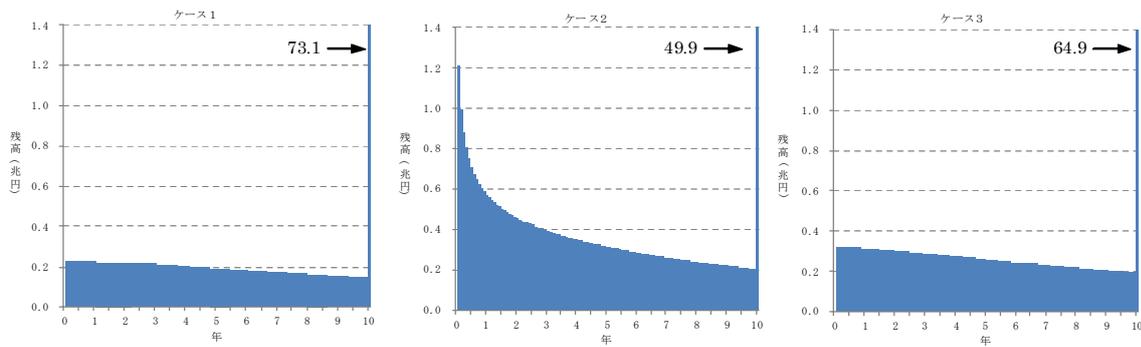


図 21: 流動性預金のマチュリティーラダー (法人, モデル4)

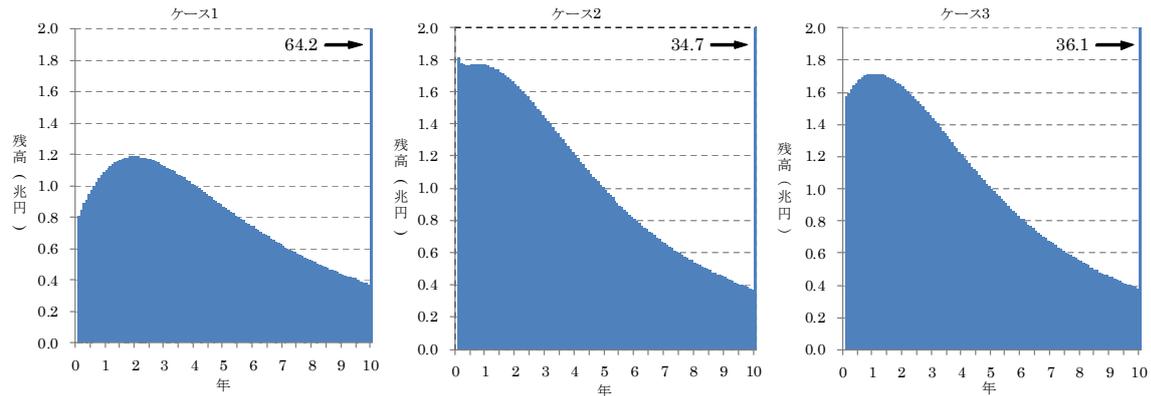


図 22: 流動性預金のマチュリティーラダー (個人, モデル2)

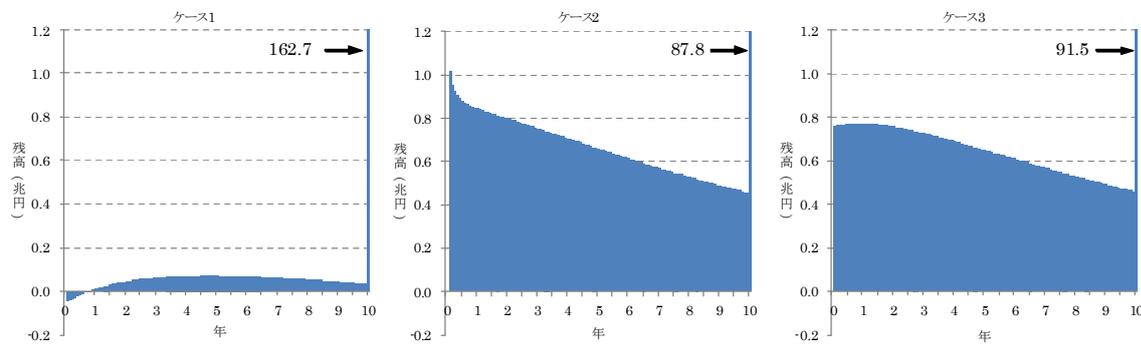


図 23: 流動性預金のマチュリティーラダー (個人, モデル4)

#### 4.1.3 満期

追随率を0.3%として<sup>7</sup>、ラグの違いによる満期の比較を行う。モデル2、モデル4を用いた場合の平均満期をそれぞれ表2、3に示す。「個人1」はケース1に対する個人の預金の満期を表す。

モデル2の方がモデル4に比べて、残高の減少幅が大きいため全体的に満期は短くなる。ケース1で4.54年、ケース2で3.64年、ケース3で3.82年となっている。2.2.2項のマチュリティーラダーから得たAA-Kijimaモデルの平均満期も参考のため記載する。約1~2年、本モデルの方が上回っている。預かり資産  $A_t$  のドリフト率をマイナスとし、確率99%のVolume at Riskを用いた場合でもAA-Kijimaモデルを上回るのは、 $A_t$  のボラティリティが小さいからであろう。AA-Kijimaモデ

<sup>7</sup>1996年4月~2008年6月のデータを用いて推定した普通預金金利の市場金利への追随率は  $\beta = 0.3218$  程度である。

ルにおいても確率 99%の Volume at Risk を用いて残高推定を行うが、流動性預金残高の変化率のボラティリティを用いていて、その値は1.3%~7.2%程度である。それに対して、本研究では預かり資産  $A_t$  のボラティリティを用いているが、その値は0.16%と小さい。ただし、これは過去10年間のデータに基づいて計算されており、決して楽観的な計測結果ではない。

表 2: 流動性預金の平均満期(モデル2) (単位: 年)

追随率	法人1	法人2	法人3	個人1	個人2	個人3	全体1	全体2	全体3	AA-Kijima
ラグなし	4.75	3.86	4.51	4.43	3.52	3.43	4.54	3.64	3.82	2.22
ラグ1カ月	4.75	3.86	4.51	4.35	3.46	3.38	4.49	3.60	3.78	
ラグ2カ月	4.97	4.03	4.72	4.46	3.54	3.46	4.64	3.71	3.90	
ラグ3カ月	5.22	4.23	4.95	4.58	3.63	3.54	4.81	3.84	4.04	

表 3: 流動性預金の平均満期(モデル4) (単位: 年)

追随率	法人1	法人2	法人3	個人1	個人2	個人3	全体1	全体2	全体3	AA-Kijima
ラグなし	6.25	5.00	5.91	6.85	5.21	5.08	6.64	5.14	5.37	2.22
ラグ1カ月	6.12	5.11	6.04	6.99	5.31	5.17	6.68	5.24	5.48	
ラグ2カ月	6.50	5.19	6.14	7.05	5.35	5.21	6.85	5.29	5.54	
ラグ3カ月	6.63	5.29	6.26	7.13	5.41	5.27	6.95	5.37	5.62	

## 5 結論

従来から銀行における流動性預金の金利リスクの計測・管理は重要視されていながら、それほど多くの議論がなされてこなかった。しかし、新BIS規制による「アウトライヤー銀行」の基準が設定され、流動性預金、特にコア預金へのリスク管理が注目されることとなった。そこで、いくつかの流動性預金モデルが提案されているが、従来の流動性預金モデルでは過去の流動性預金残高や市場金利によって推定するモデルがほとんどである。しかし、本邦の現状の金利水準は超低水準であり、標準的な金利ショックを組み込んで実態に則したモデルを作成することは難しい。また、流動性預金の残高のみを扱った場合、金利への感応度を測ることもやや困難である。それは流動性預金がある決済性、常時引き出し可能なオプション性という性質から、金利以外の要因で資金の入出金が行われるためである。

そこで、本研究では、流動性預金と固定性預金の関係を見だし、固定性預金比という指標を用いて、流動性預金残高推定モデルを提案した。さらに、預金者行動をアンケート結果を用いて金利への感応度をモデル化し、将来の金利ショック時の仮想的な預金者行動をモデル化することができた。

流動性預金と固定性預金を合計した銀行預かり資産全体の変動をモデル化し、固定性預金比モデルと組み合わせることで、経営者が描く将来の銀行全体の預金量シナリオ、金利シナリオにおける流動性預金残高の推定が可能である。その点で先行研究に比べ自由度の高い流動性預金モデルを提案することができ、ストレステスト要素の強いものだけでなく、実感に合う流動性預金の満期も算出することができた。

## 参考文献

- [1] 青野 和彦：銀行における流動性預金の現在価値と金利リスクの計測：先行研究のサーベイと実際のデータを用いた分析, 金融研究, Vol.25, 別冊 No.2(2006), pp.75-104.
- [2] 日本銀行ホームページ(金融に関する統計),  
<http://www.boj.or.jp/howstat/index2.htm#kinyu>.
- [3] R.A. Jarrow and D.R. van Deventer : The Arbitrage-free Valuation and Hedging of Demand Deposits and Credit Card Loans”, *Journal of Banking & Finance*, **22**(1998), pp.249-272.
- [4] 木島正明, 伊藤優：銀行勘定金利リスク管理のための内部モデル(AA-Kijima Model)について, 証券アナリストジャーナル, Vo.45, No.4(2007), pp.79-92.
- [5] 金融広報中央委員会 HP(知るぽると), <http://www.shiruporuto.jp/index.html>
- [6] 金融庁, 主要行等向けの総合的な監督指針, 2009年1月.
- [7] 古頭 尚志：よくわかる新BIS規制バーゼルIIの理念と実務, 金融財政事情研究会, 2007.
- [8] 全国銀行協会ホームページ：銀行の社会的役割,  
<http://www.zenginkyo.or.jp/service/bank/part/index.html>.
- [9] 森 雅夫, 松井 知己：オペレーションズ・リサーチ, 朝倉出版, 2004.