

伝統的4資産に対するフォワードルッキングな資産配分モデル

03000230 慶應義塾大学大学院理工学研究科
(株)三菱UFJトラスト投資工学研究所 (MTEC)*
01505910 慶應義塾大学理工学部

*霧生拓也 KIRIU Takuya
枇々木規雄 HIBIKI Norio

1. イントロダクション

資産配分において収益率分布の予測は運用パフォーマンスの優劣に直結する重要なプロセスである。霧生ら [1] はリスク資産が1資産のみの単純な設定の下で、Recovery Theorem(RT, Ross[2]) によるフォワードルッキングな方法を用いて株式の分布を推定した場合に、過去データを用いた推定方法と比較して高いパフォーマンスを獲得できることを示している。しかし、債券に対するフォワードルッキングな分布推定法がないため、債券を含めた複数のリスク資産を投資対象にした場合におけるフォワードルッキングな分布推定方法の有効性はこれまで検証されていない。そこで、本研究では利回りをを用いた債券のフォワードルッキングな分布推定方法を新たに提案する。そして、実務で多く扱われる伝統的4資産(国内株・外国株・国内債・外国債)に対する資産配分問題の枠組み¹でフォワードルッキングな(周辺)分布推定方法を用いたモデルを構築し、その有効性をバックテストで検証する。モデルおよび検証の概要を図1に示す。

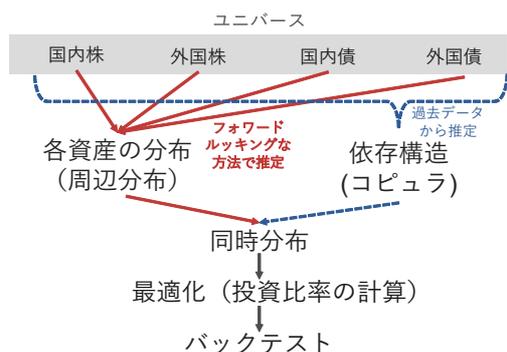


図1: モデルおよび検証の概要

2. フォワードルッキングな収益率分布の推定

オプション市場参加者は将来見通しをもとにオプション取引を行っている。この見通しを逆算する形で、オプション価格から市場参加者の予想分布(インプライド分布)を計算することができる。ただし、オプション価格から計算できる分布はリスク中立分布であり、資産配分を考える場合には投資家のリスク選好を考慮して実分布へと測度変換(リスク調整)する必要がある。代表的投資家の効用関数にCRRA型効用を仮定した場

合、リスク中立分布 $f^Q(r)$ と実分布 $f^P(r)$ の関係は(1)式で表現できる。

$$f^P(r) = \frac{(1+r)^\gamma f^Q(r)}{\int_{-1}^{\infty} (1+u)^\gamma f^Q(u) du} \quad (1)$$

ここで γ は代表的投資家の相対的リスク回避度を表すパラメータである。先行研究では過去データを組み合わせ γ を推定する方法が多く提案されているが、投資家のリスク選好は時間変化することを考えると、過去データを利用しないフォワードルッキングな方法を行うことが望ましい。

2.1. 株式のリスク調整方法

株式に関しては、霧生ら [1] と同様に RT を用いて複数の満期に対するオプション価格から代表的投資家のリスク選好を推定し、実分布を推定する。

2.2. 債券のリスク調整方法

債券に関しては、非常に限られた満期のオプションのみが市場で取引されている(取引が短い満期だけに集中している)ため、株式と同様に RT を用いて分布を推定することは難しい。一方、株式と異なり満期時点までのキャッシュフローは確定しているため、投資時点で期待リターン(利回り)が計算可能である。そこで、本研究では実分布の平均が利回りに一致するという仮定をおき、(2)式から代表的投資家のリスク回避度 γ を推定する方法を提案する。

$$\min_{\gamma} \left(E \left[\frac{(1+r)^\gamma f^Q(r)}{\int_{-1}^{\infty} (1+u)^\gamma f^Q(u) du} \right] - y\tau \right)^2 \quad (2)$$

ここで y は債券利回り、 τ は投資期間を表す。

3. 分析条件

3.1. 分析設定

フォワードルッキングな分布推定方法の有効性を検証するため、3通りの比較対象を加え、表1に示す4通りの方法²のバックテストのパフォーマンスを比較する。資産間の依存構造は正規コピュラを用いて過去48カ月間の月次リターンから推定する。運用期間は2006年1月から2020年1月までとし、各月末に80%CVaR Ratio 最大化問題を解いて翌月の投資比率を決定する。

*本稿の内容は筆者が所属する組織を代表するものではなく、すべて個人的な見解である。

¹GPIFをはじめとする日本の年金基金の多くは伝統的4資産を投資対象とする基本ポートフォリオを策定している。

²過去データを利用する場合のパラメータ推定期間は48カ月とする。ただし、推定期間を36カ月や60カ月にした場合でも同様の結論が得られることを確認している。

表 1: 比較対象

方法	説明
Hist	ヒストリカル分布 (カーネル密度推定)
Imp RND	インプライド分布 (リスク中立分布)
Imp BW	インプライド分布 (過去データを用いたリスク調整)
Imp FW	インプライド分布 (フォワードルッキングなリスク調整)

3.2. データ

国内株・外国株・国内債・外国債のベンチマークとして、日経 225・S&P500・JGB 先物・T-Note 先物をそれぞれ採用し、パフォーマンスはトータルリターン指数を用いて計測した。為替リスクは金利差に相当するヘッジコストを支払った上でフルヘッジするものとする。インプライド分布の推定に利用するオプション価格は JPX (日経 225・JGB 先物), CBOE (S&P500), CME (T-Note 先物) から取得した。

4. 分析結果と考察

4.1. パフォーマンスの比較

各推定方法によるバックテストのパフォーマンスを表 2 に示す。国内株・外国株・国内債・外国債のそれぞれに投資した場合と等ウェイトポートフォリオに投資した場合のパフォーマンスもあわせて示している。

表 2: パフォーマンス (月率) の比較

	リターン	80%CVaR	80%CVaR Ratio	回転率
国内株	0.50%	7.74%	0.14	0%
外国株	0.67%	5.46%	0.06	0%
国内債	0.16%	0.74%	0.12	0%
外国債	0.27%	1.69%	0.19	0%
等ウェイト	0.40%	2.72%	0.15	0%
Hist	0.18%	1.11%	0.15	19.5%
Imp RND	0.22%	1.19%	0.18	37.5%
Imp BW	0.23%	1.35%	0.16	22.1%
Imp FW	0.34%	1.28%	0.25	12.5%

バックテストのリターンおよび目的関数である 80%CVaR Ratio は Imp FW が最も高く、フォワードルッキングな推定方法を用いることで資産配分のパフォーマンスを高めることが確認できる。

4.2. 要因分解

時点 t におけるバックテストのリターン $r_{p,t}$ を (3) 式に基づき平均的な投資比率による要因であるベース要因 (第一項) と平均的な投資比率からの乖離による要因であるタイミング要因 (第二項) の 2 つに分解した場合の、各要因の平均を図 2 に示す。

$$\bar{r}_{p,t} = \sum_j w_{j,t-1} r_{j,t} = \sum_j \bar{w}_j r_{j,t} + \sum_j (w_{j,t-1} - \bar{w}_j) r_{j,t} \quad (3)$$

ここで、 j は資産を表す添字である。また、 $w_{j,t-1}$ は投資比率、 \bar{w}_j は分析期間における投資比率の平均、 $r_{j,t}$ は実現リターンである。

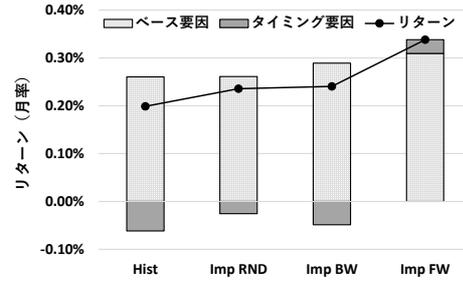


図 2: パフォーマンスの要因分解

Imp FW のタイミング要因はプラスであるのに対してそれ以外の方法のタイミング要因はマイナスであり、Imp FW とそれ以外の方法のパフォーマンスの差異は主にタイミング要因に起因している。この結果はフォワードルッキングな推定方法が市場の変化を捉え、適切に投資比率を変化させていることを示している。

4.3. 資産別分析

フォワードルッキングな方法を適用する資産を変えてパフォーマンスを検証することでどの資産にフォワードルッキングな方法を適用することがパフォーマンスの向上に寄与しているか分析する。表 3 に Imp FW を適用する資産別の 80%CVaR Ratio を示す。Imp FW を適用する資産以外については Hist, Imp RND, Imp BW のいずれかを適用する。

表 3: Imp FW 適用資産別の 80%CVaR Ratio

Imp FW 適用資産	組み合わせる方法		
	Hist	Imp RND	Imp BW
なし	0.15	0.18	0.16
債券	0.18	0.18	0.19
株式	0.26	0.22	0.21
債券と株式	0.25	0.25	0.25

概ねパフォーマンスが高い順に、Imp FW 適用資産が「債券と株式」、「株式」、「債券」、「なし」となっており、株式と債券のそれぞれにフォワードルッキングな推定方法を適用する有効性があり、特に株式に対する効果が高いことがわかった。

5. まとめと今後の課題

債券を含めた複数のリスク資産に対する資産配分問題におけるフォワードルッキングな分布推定方法の有効性を示した。今後の課題として、コロナショック局面におけるフォワードルッキングな分布推定方法の有効性を検証することが挙げられる。

参考文献

- [1] 霧生拓也, 枇々木裕太, 枇々木規雄. (2021) 最適資産配分問題における収益率分布推定方法の比較, ジャーナル, Accepted.
- [2] Ross, S. (2015). The Recovery Theorem. *Journal of Finance*, 70(2), 615–648.